

# 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

*Wissenschaft hat etwas Faszinierendes an sich. So eine geringfügige Investition an Fakten liefert so einen reichen Ertrag an Voraussagen*

Mark Twain

Verkehrsflussmodelle können nicht nur für Autos oder andere Kraftfahrzeuge, sondern auch für andere Verkehrsteilnehmer formuliert werden, insbesondere Fußgänger. Der grundlegende Unterschied zu fahrspurbundenem Autoverkehr ist die Zweidimensionalität: Ein Fußgänger bewegt sich nicht längs von Fahrstreifen, sondern in beliebige Richtungen. Die Prinzipien, welche hier anhand von Fußgängermodellen vorgestellt werden, gelten auch für andere zweidimensionale Verkehrsflüsse wie

- Gemischter Verkehr (*mixed traffic*) in Schwellen- oder Drittweltländern: Autos, LKW, Dreiräder, Zweiräder, Rikshas, pferde- und eselgetriebene Gespanne, ja sogar von Menschen gezogene Karren fahren dort oft nebeneinander. Fahrstreifen, so sie denn überhaupt existieren, werden nicht beachtet (vgl. Abb. 14.1),
- Verkehrsflüsse aus Marathonläufern oder Inlineskatern,
- ja selbst Skilanglauf-Massenveranstaltungen (Abb. 14.2).

Ziel und Zweck der Verkehrsflussmodellierung in diesen Situationen ist zum einen die Planung von Massenveranstaltungen. Dabei können die Verkehrsflüsse Mittel zum Zweck sein, beispielsweise Fußgängerströme zu/von Fußballstadien oder bei der *Hajj* in Mekka (Abb. 14.2), aber auch Selbstzweck, z.B. bei Marathonläufen, Inlineskating-Events oder anderen Massensportveranstaltungen. Eingesetzt werden Fußgängersimulationen auch bei der Dimensionierung von neuer Infrastruktur (z.B. Bahnhöfe). Schließlich hat die Simulation von spurfreien *mixed traffic* nahezu die gleiche Bedeutung wie die von spurgebundenem Straßenverkehr, da es ihn weltweit in vergleichbaren Umfang gibt.

## 14.1 Makroskopische Modellierung

Der wichtigste Unterschied der Modellierung von Fußgängern bezüglich der traditionellen Modellierung von Kfz-Verkehr liegt, wie gesagt, in der Zweidimensionalität: Fußgänger können in beliebige Richtungen “kreuz und quer” laufen. Für die makroskopische Modellierung bedeutet dies eine wichtige Einschränkung: Nur *unidirektionale* Ströme bzw. *gerichteter Verkehr* lassen sich sinnvoll makroskopisch darstellen. Dies ist aber in vielen relevanten Fällen gegeben, beispielsweise

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern



Abbildung 14.1: *Mixed traffic* in Hyderabad (Indien) (Quelle: [www.cepolina.com](http://www.cepolina.com)).



Abbildung 14.2: Stau von Skilangläufern beim schwedischen *Vasaloppet* und von Fußgängern bei der Pilgerfahrt *Hajj* in Mekka.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

- Zu- und Abgangsströme von Massenveranstaltungen,
- Marathonläufe und andere Massensportveranstaltungen,
- *mixed traffic*,
- Evakuierungen
- Ja selbst einige Berufsverkehrs-Ströme.

Nicht sinnvoll makroskopisch zu modellieren sind hingegen Situationen wie Weihnachtsmärkte, Fußgängerzonen usw, da man dann viele Partialdichten und -flüsse für all die unterschiedlichen Zielrichtungen benötigte, was, selbst wenn man die Wechselwirkungen untereinander in den Griff bekäme, unüberschaubar komplex würde.

### 14.1.1 Makroskopische Variable

Für *gerichteten Verkehr* lassen sich die üblichen makroskopischen Größen des spurgebundenen Kfz-Verkehrs verallgemeinern:

- Die **2D-Dichte**  $\rho(x, y, t) = \rho(\vec{x}, t)$  [Fußgänger/m<sup>2</sup>],
- Die **Flussdichte**  $Q^*(\vec{x}, t)$  [Fußgänger/(ms)],
- Die **lokale Geschwindigkeit**  $V(\vec{x}, t)$  [m/s].

Im weiteren betrachten wir bei der makroskopischen Modellierung Ströme, welche in Transversalrichtung homogen sind. Die Koordinate  $x$  gehe in Richtung des Weges (Bogenlänge), während die transversale Dimension (Koordinate  $y$ ) lediglich durch die Wegbreite  $b(x)$  charakterisiert ist. Mit diesen Annahmen lassen sich auch effektive 1D-Größen wie beim Straßenverkehr definieren:

- Die **1D-Dichte**

$$\rho_{1D}(x, t) = \rho(x, t)b(x) \text{ [Fußgänger/m]} \quad (14.1)$$

- und den **Fluss** (Verkehrsstärke)

$$Q(x, t) = Q^*(x, t)b(x) \text{ [Fußgänger/s]}. \quad (14.2)$$

Die hydrodynamischen Relationen, welche direkt anhand der obigen Definitionen 1D-Dichte und Fluss bzw. Dichte und Flussdichte verknüpfen, lauten

$$Q = \rho_{1D}V, \quad (14.3)$$

$$Q^* = \rho V. \quad (14.4)$$

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

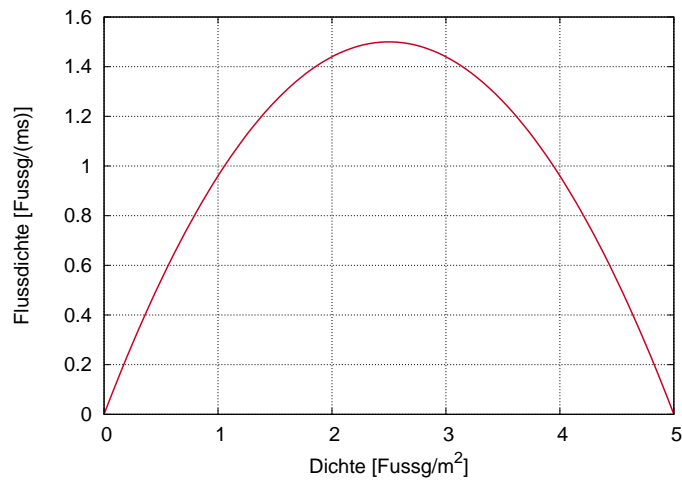


Abbildung 14.3: Parabolisches Fundamentaldiagramm für  $\rho_{\max} = 5 \text{ m}^{-2}$  und  $V_0 = 1.2 \text{ m/s}$ .

### 14.1.2 Fundamentaldiagramm

Fundamentaldiagramme lassen sich anhand der Definitionen (14.3) und (14.4) analog wie bei Straßenverkehr formulieren. Da bei Fußgängern das Flussmaximum oft nahe der halben Maximaldichte erreicht wird, ist selbst das einfachste parabolische Fundamentaldiagramm (Abb. 14.3) oft sinnvoll (vgl. auch das Fundamentaldiagramm des später diskutierten mikroskopischen Modells, Abb. 14.13):

$$Q_e^*(\rho) = \rho V_e(\rho) = \rho V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right), \quad (14.5)$$

$$Q_e(\rho_{1D}) = \rho b V_e(\rho) = \rho_{1D} V_e(\rho_{1D}/b). \quad (14.6)$$

Die **spezifische Kapazität**, also das Maximum der Flussdichte, beträgt hier

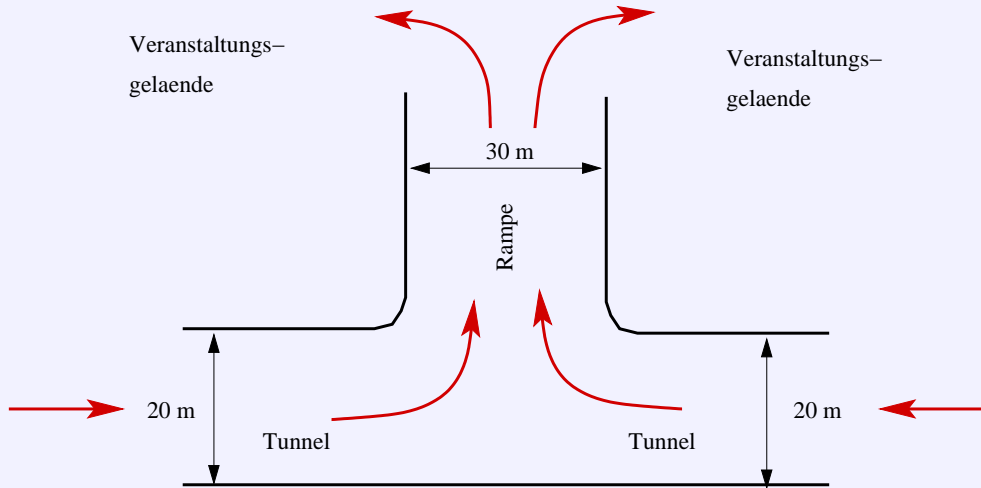
$$K^* = \frac{\rho_{\max} V_0}{4}. \quad (14.7)$$

Der Zahlenwert der spezifischen Kapazität liegt um  $K^* = 1.5 \text{ Fußgänger}/(\text{ms})$ .

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

### Aufgabe:

Bei der Loveparade in Duisburg führten zwei Tunnel und eine Rampe gemäß folgender Skizze zum eigentlichen Veranstaltungsgelände:



Die Fußgänger werden makroskopisch durch ein parabolisches Fundamentaldia-gramm mit den Parametern  $\rho_{\max} = 5 \text{ m}^{-2}$  und  $V_0 = 1.2 \text{ m/s}$  modelliert. Wie groß ist die Kapazität (Fußgänger pro Stunde) des gesamten Zugangs im *best case*, also ohne Hindernisse im Zugangsbereich und vor allem ohne Gegenverkehr?

## 14.2 Mikroskopische Modellierung: Das Social-Force Model

In der mikroskopischen Herangehensweise werden Fußgänger durch **aktive Teilchen**, auch **Agenten**<sup>1</sup> oder engl. *self-driven particles* genannt, beschrieben. Hier kommt die volle Zweidimensionalität zum Tragen: Alle Richtungen sind möglich, jeder Fußgänger kann ein anderes Ziel haben. Dadurch haben die Orte  $\vec{x}_i = (x_i, y_i)$  aller Fußgänger  $i$ , die Geschwindigkeiten

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{x}_i}{dt} \equiv \dot{\vec{x}}_i, \quad (14.8)$$

die Wunschgeschwindigkeiten  $\vec{v}_{0i}$ , die Beschleunigungen  $\dot{\vec{v}}_i$  und weitere Größen *vektoriellen* Charakter. Die Grundgleichungen haben die Form der *Newton'schen* Bewegungsgleichungen, nur dass **soziale Kräfte** (engl. *social forces*) die physikalischen Kräfte ersetzen. Ferner wird die Masse in der Regel  $m = 1$  gesetzt, so dass – gemäß der Newton'schen Bewegungsgleichung  $\vec{F}_i = m_i \dot{\vec{v}}_i$  – die Kraft direkt der Beschleunigung entspricht.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dies hat nichts mit James Bond zu tun, sondern kommt vom lateinischen Verb *agere* = handeln. (Daraus leitet sich natürlich auch der Geheimagent ab).

<sup>2</sup>Bei erweiterten Modellen kommen für den physikalischen Kontakt auch wieder "echte" physikalische Kräfte ins Spiel; diese werden hier aber nicht betrachtet.



## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

Die Grundgleichung des sozialen Kräftenmodells für Fußgänger bzw. Agent  $i$  lautet

$$\dot{\vec{v}}_i \equiv \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{f}_i^{\text{free}} + \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ij}^{\text{int}} + \sum_k \vec{f}_{ik}^{\text{walls}}. \quad (14.9)$$

Die Beschleunigungen bzw. Kräfte setzen sich also zusammen aus

- einer “freien” Triebkraft  $\vec{f}_i^{\text{free}}$ , die das Bestreben der Fußgänger widerspiegelt, sein Ziel mit einer bestimmten Wunschgeschwindigkeit zu erreichen,
- durch andere Fußgänger oder lokalisierte Hindernisse (z.B. Laternenmasten)  $j$  ausgeübte, in der Regel abstoßende Wechselwirkungskräfte  $\vec{f}_{ij}^{\text{int}}$ , um Zusammenstöße und zu dichte Begegnungen zu vermeiden, und
- ebenfalls abstoßende, durch ausgedehnte feste Hindernisse  $k$  wie Mauern ausgeübte soziale Kräfte.

### 14.2.1 Freie Kraft

Die freie Kraft bewirkt, ebenso wie beim Optimal-Velocity-Modell (OVM), eine exponentielle Annäherung an die Wunschgeschwindigkeit:

$$\vec{f}_i^{\text{free}} = \frac{\vec{v}_{0i} - \vec{v}_i}{\tau}. \quad (14.10)$$

Die Geschwindigkeitsanpassungszeit ist von der Größenordnung  $\tau = 1$  s, so dass bei einem Betrag der Wunschgeschwindigkeit von beispielsweise  $|\vec{v}_0| = 1.2$  m/s = 4.32 km/h der maximale Betrag der Beschleunigung durch die freie Kraft  $1.2$  m/s<sup>2</sup> beträgt. Die Wunschgeschwindigkeit und die Beschleunigung sind allerdings Vektoren. Die Richtung  $\vec{e}_i$  der Wunschgeschwindigkeit kann durch die Richtung des kürzesten Weges definiert werden, welche wiederum als Gradient eines **statischen floor fields** geschrieben werden kann (Abb. 14.4):

$$\vec{v}_{0i} = v_{0i} \vec{e}_i^{(0)}, \quad \vec{e}_i^{(0)} = \nabla \Phi_i^{\text{free}}(x, y) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \Phi_i^{\text{free}}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi_i^{\text{free}}(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi_i^{\text{free}}(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (14.11)$$

Das *floor field*  $\Phi_i^{\text{free}}(x, y)$  gibt für jeden erlaubten Punkt  $\vec{x} = (x, y)$  des Fußgängers  $i$  die Länge des kürzestmöglichen Weges zum Ziel an, also ggf. um Mauern oder andere Hindernisse herum, aber ohne Berücksichtigung anderer Fußgänger. Im Allgemeinen ist dieses *floor field* für jeden Fußgänger unterschiedlich, aber zeitunabhängig, so dass es im Simulator nur einmal bei der Generierung des jeweiligen Fußgängers berechnet werden muss.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

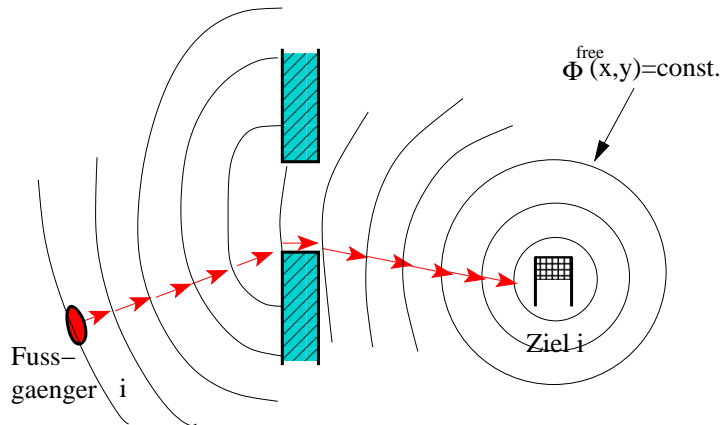


Abbildung 14.4: Beispiel eines freien *Floor fields*  $\Phi^{\text{free}}(x, y)$ . Jede Niveaulinie entspricht einer Einheit an Weglängendifferenz des kürzesten Weges. Die Gradienten (rote Pfeile) stehen senkrecht auf den Niveaulinien und haben (da sie die Ortsableitung eines Weglängensfeldes darstellen) die Länge 1, sind also Einheitsvektoren.

### 14.2.2 Wechselwirkungskraft durch andere Fußgänger oder lokalisierte Objekte

Prinzipiell kann die Kraftkomponente  $\sum_{j \neq i} f_{ij}^{\text{int}}$  sowohl von anderen bewegten Objekten  $j$  (Fußgänger, aber auch Autos usw.) als auch von lokalisierten festen Hindernissen wie Laternenmasten ausgehen. Bei *ausgedehnten* Hindernissen wie Mauern und anderen ausgedehnten festen Objekten ist diese Beschreibung allerdings weniger sinnvoll, da dann der Ort  $\vec{x}_j$  nicht eingegrenzt werden kann. Für diese Objekte ist die in Abschnitt 14.2.3 dargestellte mathematische Beschreibung sinnvoller. Fußgänger und lokalisierte feste Hindernisse werden im Folgenden durch ein Objekt an der Position  $\vec{x}_j$  mit ggf. der Geschwindigkeit  $\vec{v}_j$  dargestellt. Zur mathematischen Modellierung sollten folgende intuitiv plausible Bedingungen erfüllt sein:

1. Da die Fußgänger Zusammenstöße vermeiden wollen, sollte die Kraft abstoßend sein: Je näher, desto abstoßender.<sup>3</sup>
2. Die Kraft hängt von den Geschwindigkeiten und Richtungen beider Fußgänger ab.
3. Fußgänger (und andere Objekte) im Blickfeld, also in Gehrichtung, bewirken eine stärkere Kraft als Fußgänger in anderen Richtungen. Dies macht die Kraft *anisotrop*: Im Gegensatz zu den Newton'schen physikalischen Kräften gilt nicht mehr

<sup>3</sup>Anziehende Kräfte, welche z.B. zur Gruppenbildung von Bekannten, Familien etc führen, werden hier nicht betrachtet. Ihre Modellierung geht aber analog wie die der abstoßenden Kräfte, nur ist sie schwächer und von längerer Reichweite als die abstoßenden Kräfte.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

$$actio = reactio: \vec{f}_{ij}^{\text{int}} \neq -\vec{f}_{ji}^{\text{int}}.^4$$

4. Die Fußgänger antizipieren die eigene Bewegung und die der anderen Fußgänger über einen Antizipations-Zeitraum  $\Delta t$ , in welchem als *Heuristik* (nicht herleitbare Daumenregel) konstante Geschwindigkeiten gleich den bisherigen angenommen werden.<sup>5</sup>

Mit diesen Annahmen haben die Wechselwirkungskräfte folgende mathematische Grundstruktur:

$$\vec{f}_{ij}^{\text{int}} = \vec{f}_{ij}^{\text{int}}(\vec{x}_i, \vec{x}_j, \vec{v}_i, \vec{v}_j; \Delta t) \quad (14.12)$$

mit zunächst einem Parameter  $\Delta t$ .

Man beachte, dass diese Grundform eine gewisse Nichttrivialität aufweist, da sie zwei Funktionen (die beiden Komponenten von  $\vec{f}_{ij}^{\text{int}}$ ) mit je acht unabhängigen Variablen (je zwei Komponenten der vier Vektor-Argumente) beinhaltet. Deshalb macht man in der Regel weitere vereinfachende Annahmen:

- Translationsinvarianz: Die Kräfte hängen bei gegebenen Geschwindigkeiten nur von den *Abständen*

$$\vec{d}_{ij} = \vec{x}_i - \vec{x}_j \quad (14.13)$$

ab. Zur Herleitung eines konkreten Modells kann man also ohne Einschränkung der Allgemeinheit  $\vec{x}_j = 0$  setzen, was vieles übersichtlicher macht.

- Galilei-Invarianz: Abgesehen von der Blickwinkelabhängigkeit hängen die Wechselwirkungskräfte nur von den *Differenzgeschwindigkeiten*  $\vec{v}_i - \vec{v}_j$  ab.<sup>6</sup>
- Ohne Berücksichtigung der Blickwinkelabhängigkeit lässt sich die soziale Kraft als Gradient eines geschwindigkeitsabhängigen **Interaktionspotentials** schreiben.
- Die Blickwinkelabhängigkeit geht als einfacher multiplikativer skalarer Faktor ein, ändert also nur die Stärke der Kräfte, dreht aber nicht die Richtung.

Mit diesen Annahmen vereinfacht sich die mathematische Form der Wechselwirkungskraft zu

$$\vec{f}_{ij}^{\text{int}} = w(\alpha_{ij}) \vec{f}_{ij}^{\text{pot}}(\vec{x}_i - \vec{x}_j, \vec{v}_i - \vec{v}_j) = -w(\alpha_{ij}) \nabla_{\vec{x}_i} \Phi_{ij}(\vec{x}_i - \vec{x}_j, \vec{v}_i - \vec{v}_j) \quad (14.14)$$

bzw., wenn man für das Wechselwirkungspotential  $\Phi_{ij}$  ein Koordinatensystem mit dem die Kraft ausübenden Fußgänger/Objekt  $j$  im Ursprung wählt ( $\vec{x}_j = 0$ ,  $\vec{x}_i \rightarrow \vec{x}$ ,  $\nabla_{\vec{x}_i} \rightarrow \nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$ ):

$$\vec{f}_{ij}^{\text{int}}(\vec{x}; \vec{v}_i - \vec{v}_j) = w(\alpha_{ij}) \nabla \Phi_{ij}(\vec{x}, \vec{v}_i - \vec{v}_j). \quad (14.15)$$

<sup>4</sup>Diese Annahme ist wichtig, da andernfalls aus dem Mikromodell kein Fundamentaldiagramm hergeleitet werden kann (da die mittlere Geschwindigkeit dann unabhängig von der Dichte immer gleich der Wunschgeschwindigkeit wäre).

<sup>5</sup>Sinnvollerweise setzt man den Update-Zeitschritt der numerischen Integration des Modells ebenfalls gleich  $\Delta t$ .

<sup>6</sup>Die freie Kraft bricht allerdings diese Galilei-Invarianz, da sie eine Bezugsgeschwindigkeit definiert: Fußgänger können/wollen einfach nicht beliebig schnell laufen.



## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

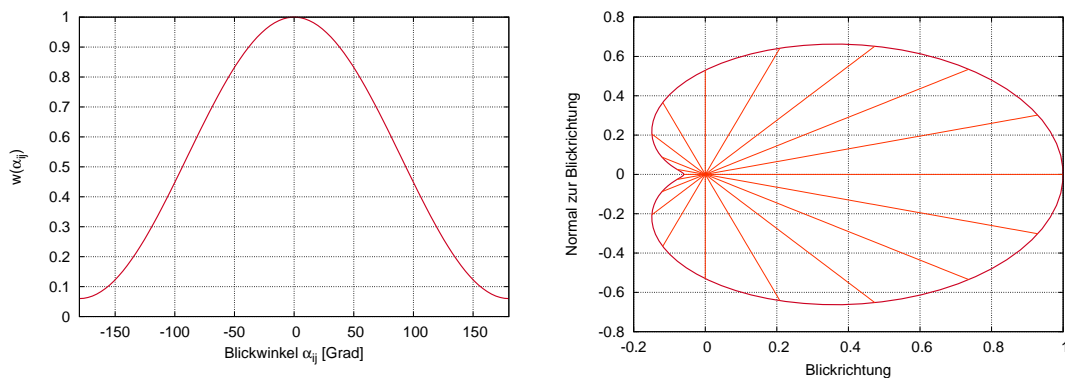


Abbildung 14.5: Veranschaulichung der Blickrichtungsabhängigkeit. Links: die Funktion  $w(\alpha)$  für  $\lambda = 0.06$ ; rechts: relative Stärke in Polarkoordinaten für in positive  $x$ -Richtung laufende Fußgänger.

Man muss nun also nur noch eine einfache Richtungsabhängigkeit  $w(\alpha)$  sowie ein Skalarfeld  $\Phi_{ij}(\vec{x}) = \Phi_{ij}(x, y)$  in Abhängigkeit der Position des betrachteten Fußgängers (bzw. des Abstandes dieses Fußgängers vom Fußgänger  $j$ ) und der Geschwindigkeitsdifferenz  $\vec{v}_i - \vec{v}_j$  spezifizieren.

### Richtungsabhängigkeit

Die Richtungs- bzw. Blickwinkelabhängigkeit beschreibt die offensichtliche (im wahrsten Sinne des Wortes) Tatsache, dass die Reaktion maximal ist für Objekte in der aktuellen Gehrichtung, welche durch den Einheitsvektor

$$\vec{e}_i = \frac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|} \quad (14.16)$$

definiert ist. Gibt es hingegen einen endlichen Winkel  $\alpha_{ij}$  zwischen der Gehrichtung und dem die soziale Kraft ausübenden Objekt  $j$  (Fußgänger oder Hindernis),

$$\cos \alpha_{ij} = -\vec{e}_i \cdot \vec{e}_{ij}, \quad \vec{e}_{ij} = \frac{\vec{d}_{ij}}{|\vec{d}_{ij}|} = \frac{\vec{x}_i - \vec{x}_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}, \quad (14.17)$$

wird diese Kraft schwächer. Eine häufig verwendete Spezifikation ist (vgl. Abb. 14.5)

$$w(\alpha_{ij}) = \lambda + (1 - \lambda) \left( \frac{1 + \cos \alpha_{ij}}{2} \right) = \lambda + (1 - \lambda) \left( \frac{1 - \vec{e}_i \cdot \vec{e}_{ij}}{2} \right) \quad (14.18)$$

mit dem Blickwinkelparameter  $\lambda \in [0, 1]$ : Ein Wert  $\lambda = 1$  bedeutet keine Blickwinkelabhängigkeit, während  $\lambda = 0$  maximale Abhängigkeit beschreibt: Objekte im Rücken werden dann vollständig ignoriert. Der Parameter  $\lambda$  gibt deshalb die Isotropie der Wechselwirkungen an. Ein Maß für die Anisotropie ist entsprechend durch  $1 - \lambda$  gegeben:

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

$1 - \lambda = 0$ : keine Anisotropie;  $1 - \lambda = 1$ : maximale Anisotropie. Will man einen “Tunnelblick” modellieren, “fokussiert” man die Winkelabhängigkeit stärker auf die Vorwärtsrichtung, beispielsweise durch

$$w^{\text{tunnel}}(\alpha_{ij}) = (w(\alpha_{ij}))^\gamma \quad (14.19)$$

mit (ggf monoton mit der Geschwindigkeit steigenden) Exponenten  $\gamma > 1$ .

### Wechselwirkungspotential

Im Bild des Wechselwirkungspotentials, auch **dynamisches Floor Field** genannt, steht der betrachtete Fußgänger  $j$  auf der Spitze eines “Hügels” mit dem Höhenprofil  $\Phi_{ij}(\vec{x})$ . Das Argument  $\vec{x}$  des Potentialfeldes beschreibt dabei die möglichen Positionen des Fußgängers  $i$ . In diesem Bild ist die soziale Kraft  $-\nabla\Phi_{ij}(\vec{x})$  eine “Hangabtriebskraft”. Insbesondere weist sie immer vom Fußgänger  $j$  weg, wirkt also abstoßend. Bewegen sich die Fußgänger relativ zueinander ( $\vec{v}_i - \vec{v}_j \neq \vec{0}$ ), ist für den betrachteten Fußgänger  $i$  jedoch nicht nur die aktuelle Position  $\vec{x} = \vec{x}_j = 0$  des interagierenden Fußgängers “verboten”, sondern auch alle Positionen, welche innerhalb des Zeithorizonts  $\Delta t$  unter Annahme konstanter Geschwindigkeiten zu einer Kollision führen würden:

- Am Anfang des Zeithorizonts führt  $\vec{x} = 0$  (bzw.  $\vec{x} = \vec{x}_j$ ) zu einer Kollision,
- am Ende des Zeithorizonts gibt es eine Kollision, wenn die anfängliche Position  $\vec{x} = -\Delta\vec{d}_{ij}$  ist, wobei

$$\Delta\vec{d}_{ij} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j)\Delta t, \quad (14.20)$$

- zu Zeiten innerhalb des Zeithorizonts führt eine Position auf der durch die Endpunkte  $\vec{x} = (0, 0)$  und  $\vec{x} = -\Delta\vec{d}_{ij}$  (bzw.  $\vec{x} = \vec{x}_j$  und  $\vec{x} = \vec{x}_j - \Delta\vec{d}_{ij}$ ) definierten **Kollisionsgeraden** zu einer unliebsamen Berührung.

Das Interaktionspotential muss also auf dieser Kollisionsgeraden maximal sein. Eine Möglichkeit ist es, die Äquipotentiallinien (“Höhenlinien”) des Potentials durch Ellipsen mit den Brennpunkten bei  $(0, 0)$  und  $-\Delta\vec{d}_{ij}$  und variablen Halbachsen  $b$  zu definieren (vgl. Abb. 14.6), so dass nur noch die Halbachse  $b$  der jeweiligen Ellipse das Potential bestimmt, beispielsweise durch die exponentielle Abhängigkeit

$$\Phi_{ij}(\vec{x}) = AB \exp\left(\frac{-b(\vec{x})}{B}\right). \quad (14.21)$$

Die Parameter lassen sich wie folgt interpretieren:

- $A$  gibt die Größenordnung der maximalen Beschleunigung an, welche dieses Potential bewirkt (dies wird später gezeigt). Typische Werte liegen um  $A = 1 \text{ m/s}^2$ .
- $B$  gibt die Reichweite der Wechselwirkung mit typischen Werten  $B = 1 \text{ m}$  an.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

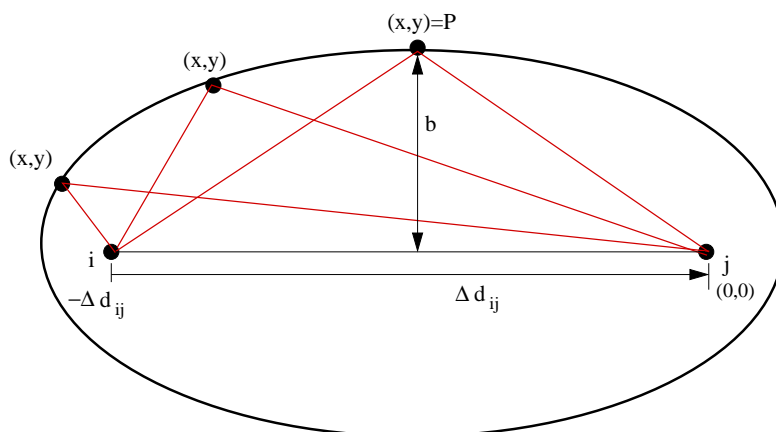


Abbildung 14.6: Zur Definition der ellipsenförmigen Äquipotentiallinien des Interaktionspotentials.

Um Frontkollisionen (insbesondere mit Laternenmasten etc.) und ein “Durchgleiten” zu vermeiden,<sup>7</sup> muss das Potential  $AB$  auf der Kollisionsgeraden höher sein als die “kinetische Energie”  $\frac{1}{2}v_0^2$  der Fußgänger bei ihrer Wunschgeschwindigkeit:

$$AB > \frac{1}{2}v_0^2 \quad (14.22)$$

Bildlich gesprochen, muss der “Potentialwall” des Fußgängers (oder Hindernisses)  $j$  hoch genug sein, dass ein mit voller Geschwindigkeit  $v_0$  sich nähernder antriebsloser Fußgänger  $i$  nicht die maximale Höhe, also den Fußgänger  $j$ , erreichen kann.

Die die Höhenlinien definierende Funktion  $b(\vec{x})$  lässt sich direkt aus der *geometrischen Definition* der Ellipse herleiten (vgl. Abb. 14.6):

*Eine Ellipse mit den Brennpunkten bei  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$  ist der geometrische Ort der Umlenkpunkte eines gespannten Fadens der Länge  $L > |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|$ , welcher in den Brennpunkten fixiert ist.*

Gemäß der Abbildung gilt also für jeden Punkt  $\vec{x}$  auf der Ellipse (der Abstand werde mit  $d(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|$  bezeichnet):  $d(\vec{0}, \vec{x}) + d(\vec{x}, -\Delta\vec{d}_{ij}) = L$  oder

$$|\vec{x}| + |\vec{x} + \Delta\vec{d}_{ij}| = L = \text{const.} \quad (14.23)$$

Dies gilt insbesondere auch für die beiden Punkte  $P$ , welche zu beiden Brennpunkten den gleichen Abstand haben (einer ist gezeichnet). Dies erlaubt, die Fadenlänge  $L$  in Abhängigkeit der kleinen Halbachse  $b$  festzulegen:

$$2\sqrt{b^2 + \left(\frac{\Delta\vec{d}_{ij}}{2}\right)^2} = L$$

<sup>7</sup>Fußgänger sind schließlich keine Gespenster.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

Setzt man dies in (14.23) ein, ergibt sich

$$|\vec{x}| + |\vec{x} + \Delta\vec{d}_{ij}| = \sqrt{4b^2 + \Delta\vec{d}_{ij}^2}. \quad (14.24)$$

Löst man diesen Ausdruck nach  $b$  auf und setzt ihn in (14.21) ein, ergibt sich folgender expliziter Ausdruck für das Interaktionspotential eines im Ursprung stehenden Fußgängers oder lokalisierten Hindernisses an der Stelle  $\vec{x}$  (für andere Positionen wird einfach  $\vec{x}$  durch  $\vec{x} - \vec{x}_j$  ersetzt):

$$\Phi_{ij}(\vec{x}) = AB \exp\left(\frac{-b(\vec{x})}{B}\right), \quad b(\vec{x}) = \frac{1}{2} \sqrt{\left(|\vec{x}| + |\vec{x} + \Delta\vec{d}_{ij}|\right)^2 - |\Delta\vec{d}_{ij}|^2}. \quad (14.25)$$

Abbildung 14.7 unten zeigt die ellipsenförmigen Höhenlinien des Potentials  $\Phi_{ij}(\vec{x})$  für die angegebenen Parameterwerte und Geschwindigkeiten. Man sieht, dass das ‘‘Gefälle’’ der Potentialfläche immer steiler und die Abstoßungskraft (Pfeile) immer größer werden, je näher man sich der durch  $b(\vec{x}) = 0$  definierten *Kollisionsgeraden* nähert.

Neben der hier vorgestellten galilei-invarianten elliptischen Spezifikation (14.20) für den Brennpunktstabsand,  $\Delta\vec{d}_{ij} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j)\Delta t$ , sind auch andere Spezifikationen gebräuchlich:

- einfache elliptische Spezifikation (das ‘‘Original’’):  $\Delta\vec{d}_{ij} = -\vec{v}_j\Delta t$ ,
- isotrope (Kreis-)Spezifikation:  $\Delta\vec{d}_{ij} = \vec{0}$  (die ergibt sich auch in den anderen Fällen im Grenzfall gleicher Geschwindigkeiten,  $\vec{v}_i = \vec{v}_j$ ).

Diese beiden Spezifikationen schneiden aber in Kalibrierungs- und Validierungsstudien schlechter ab und sind auch logisch nicht plausibel: Beispielsweise ergibt es schon Sinn, zu unterscheiden, ob ich 1 m vor einer Wand stehe oder darauf mit 2 m/s zulaufe. Nur die galilei-invariante Spezifikation (14.20) berücksichtigt dies.

### Aus dem Potential abgeleitete Wechselwirkungskraft

Abgesehen von der Blickrichtungsabhängigkeit ergibt sich die Interaktionskraft durch die negative Ableitung (‘‘Gradient’’) des Interaktionspotentials:

$$\vec{f}_{ij}^{\text{pot}}(\vec{x}) = -\nabla\Phi_{ij}(\vec{x}) = A \exp\left(\frac{-b(\vec{x})}{B}\right) \nabla b(\vec{x}).$$

Um den Gradienten der Skalarfunktion  $b(\vec{x})$  zu bilden, berücksichtigt man, dass die Ableitung eines Betrages den jeweiligen Richtungs-Einheitsvektor ergibt:

$$\nabla|\vec{x} + \vec{a}| = \frac{\vec{x} + \vec{a}}{|\vec{x} + \vec{a}|} = \vec{e}_{\vec{x} + \vec{a}}.$$

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

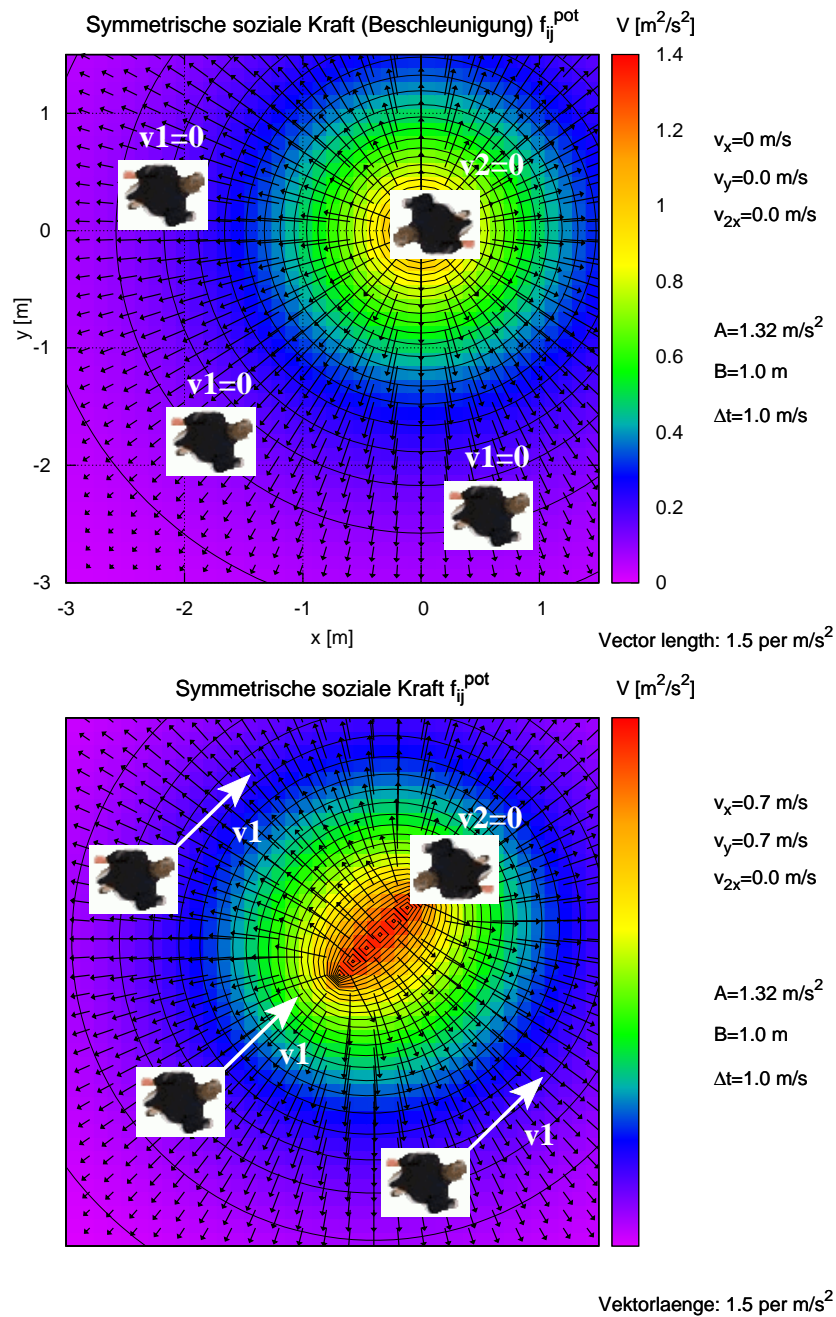


Abbildung 14.7: Potential  $\Phi_{ij}(x, y)$  (Niveaulinien und Farbcodierung) und abgeleitete soziale Kraft  $f_{ij}^{\text{pot}}$  (Pfeile), welche von einem Fußgänger  $j$  an der Stelle  $\vec{x}_j = (0, 0)$  auf einen Fußgänger  $i$  am Ort  $\vec{x}_i = (x, y)$  bei einer Geschwindigkeitsdifferenz  $\vec{v}_i - \vec{v}_j$  von null (oben) und von  $(0.7, 0.7) \text{ m/s}$  unten wirken. Die Blickwinkelabhängigkeit  $w(\alpha_{ij})$  wurde hier nicht berücksichtigt.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

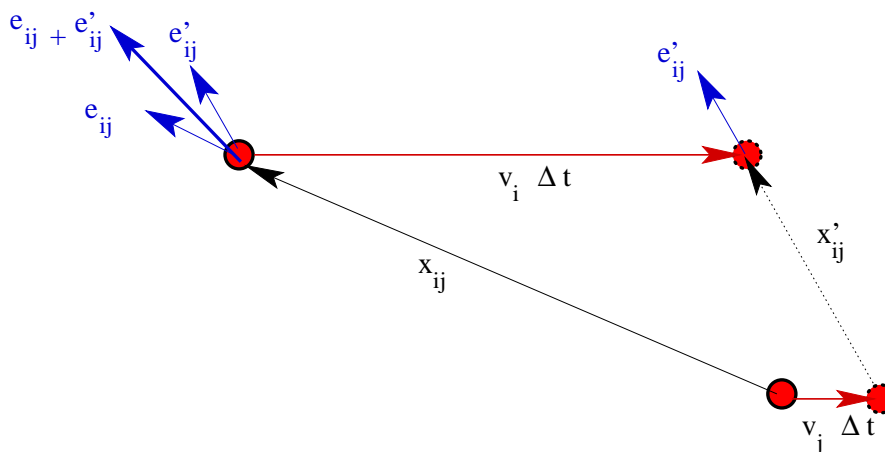


Abbildung 14.8: Die Richtung der Wechselwirkungskraft ist durch das Mittel der Abstands-Einheitsvektoren zur aktuellen Zeit und am Ende des rognosehorizonts gegeben.

für beliebige konstante Vektoren  $\vec{a}$ . Damit

$$\begin{aligned}\nabla b(\vec{x}) &= \frac{|\vec{x}| + |\vec{x} + \Delta\vec{d}_{ij}|}{4b} \left( \vec{e}_{\vec{x}} + \vec{e}_{\vec{x} + \Delta\vec{d}_{ij}} \right) \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{4 + \left( \frac{\Delta\vec{d}_{ij}}{b} \right)^2} \left( \vec{e}_{\vec{x}} + \vec{e}_{\vec{x} + \Delta\vec{d}_{ij}} \right)\end{aligned}$$

Im letzten Schritt wurde (14.24) berücksichtigt.

Ersetzt man nun die Position  $\vec{x}$  des Fußgängers  $i$  bezüglich des im Ursprung stehenden Fußgängers  $j$  wieder durch den allgemeinen Ausdruck  $\vec{d}_{ij} = \vec{x}_i - \vec{x}_j$ , ergibt sich die aus dem Potential abgeleitete (blickrichtungsunabhängige) Wechselwirkungskraft zu

$$\vec{f}_{ij}^{\text{pot}} = A \exp\left(\frac{-b(\vec{d}_{ij})}{B}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\vec{d}_{ij}}{4b(\vec{d}_{ij})}\right)^2} \left(\frac{\vec{e}_{ij} + \vec{e}'_{ij}}{2}\right). \quad (14.26)$$

mit

$$\vec{e}_{ij} = \frac{\vec{d}_{ij}}{|\vec{d}_{ij}|} = \frac{\vec{x}_i - \vec{x}_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}, \quad \vec{e}'_{ij} = \frac{\vec{d}_{ij} + \Delta\vec{d}_{ij}}{|\vec{d}_{ij} + \Delta\vec{d}_{ij}|}, \quad \Delta\vec{d}_{ij} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j)\Delta t. \quad (14.27)$$

Die drei Parameter dieser Kraft sind  $A$ ,  $B$  und  $\Delta t$ . Man kann die Formel anschaulich interpretieren (vgl. Abb. 14.7):

- Falls beide Fußgänger stehen oder in die gleiche Richtung mit gleicher Geschwindigkeit laufen ( $\Delta\vec{d}_{ij} = \vec{0}$ ,  $b(\vec{d}_{ij}) = |\vec{d}_{ij}|$ , die Wurzel ist gleich eins), ist der Betrag der



## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

maximale Beschleunigung gleich dem Parameter  $A$  und die Richtung  $\vec{e}_{ij}$  ist parallel zum Abstandsvektor  $\vec{d}_{ij}$ , also zentral abstoßend (Abb. 14.7 oben). Die Beschleunigung nimmt exponentiell mit dem Abstand ab, nach jeweils einer Abstandsänderung  $B$  auf  $1/e$ -tel.

- Falls die Differenzgeschwindigkeit und damit  $\Delta\vec{d}_{ij}$  ungleich null sind, werden die Verhältnisse für den Betrag komplizierter, da nun  $b$  nicht mehr gleich dem Abstand ist. Außer für sehr kleine Abstände zur Kollisionsgeraden ( $b \ll |\Delta\vec{d}_{ij}|$ ), bei welchem die Kraft aufgrund des Wurzelausdrucks stark ansteigt, ändert sich jedoch nicht viel.
- Die Richtung der Wechselwirkungsgrad wird im allgemeinen Fall durch das *arithmetische Mittel* des Abstands-Einheitsvektors zur aktuellen Zeit und des entsprechenden Einheitsvektors am Ende des Ereignishorizonts bestimmt (vgl. Abb. 14.8).

Es sei darauf hingewiesen, dass (14.26) nur den Potentialanteil der Wechselwirkungskraft darstellt. Zu diesem müssen noch gemäß (14.14) die Winkelabhängigkeit  $w(\alpha_{ij}) = \lambda + (1 - \lambda)/2 (1 - \vec{e}_i \cdot \vec{e}_{ij})$  mit einem vierten Parameter  $\lambda$  hinzumultipliziert (Abb. 14.9) und die freie Kraft mit den Parametern  $\tau$  und  $v_0$  hinzuaddiert werden (Abb. 14.10).

### 14.2.3 Wechselwirkungskraft durch feste Hindernisse

Im Prinzip kann man feste Hindernisse (engl. *obstacles*) wie stehende Fußgänger modellieren. Für nahezu “punktförmige” Hindernisse wie Bäume, Pfosten, Säulen, Laternenmasten usw. ist dies in der Tat die einfachste Möglichkeit. Problematisch wird dies allerdings im Fall von ausgedehnten Hindernissen wie Mauern, Wegbegrenzungen usw.: Ersetzt man diese etwa durch eine Reihe von entlang der Begrenzung “Spalier stehende” Fußgänger? Das wäre sehr umständlich, rechenaufwändig und würde außerdem die von der Wand ausgehenden sozialen Kräfte übertreiben. Besser ist es, ausgedehnte Hindernisse durch ein statisches **globales floor field** zu beschreiben:

$$\Phi^{\text{obs}}(\vec{x}) = AB \exp\left(\frac{-s(\vec{x})}{B}\right), \quad s(\vec{x}) = \min_k |\vec{x} - \vec{x}_k|. \quad (14.28)$$

Die Ellipsen-Halbachse  $b(\vec{x})$  wird also durch den minimalen Abstand  $s(\vec{x})$  der Position  $\vec{x}$  zu irgendeinem der ausgedehnten Hindernisse  $k$  ersetzt (ggf. wird auch noch das zweitnächste ausgedehnte Hindernis berücksichtigt, beispielsweise beide Wände, wenn man einen engen Gang entlanggeht).

Dieses globale *floor field* ist zeitunabhängig und für alle Fußgänger dasselbe, so dass es einmalig beim Start der Simulation berechnet werden kann. Es definiert nicht mehr und nicht weniger als den Rahmen der Simulation, d.h. die Bereiche, in denen Fußgänger überhaupt laufen können.

Um, in Analogie zu den Wechselwirkungen zwischen Fußgängern, auch die Eigengeschwindigkeit der Fußgänger bzw. einen Antizipations-Zeithorizont  $\Delta t$  zu berücksichtigen, darf man allerdings die soziale Kraft nicht einfach durch den Gradienten am aktuellen Ort  $\vec{x}_i$  der Fußgänger berechnen. Vielmehr ist es sinnvoll, den Ort  $\vec{x}_i^*$  mit dem

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

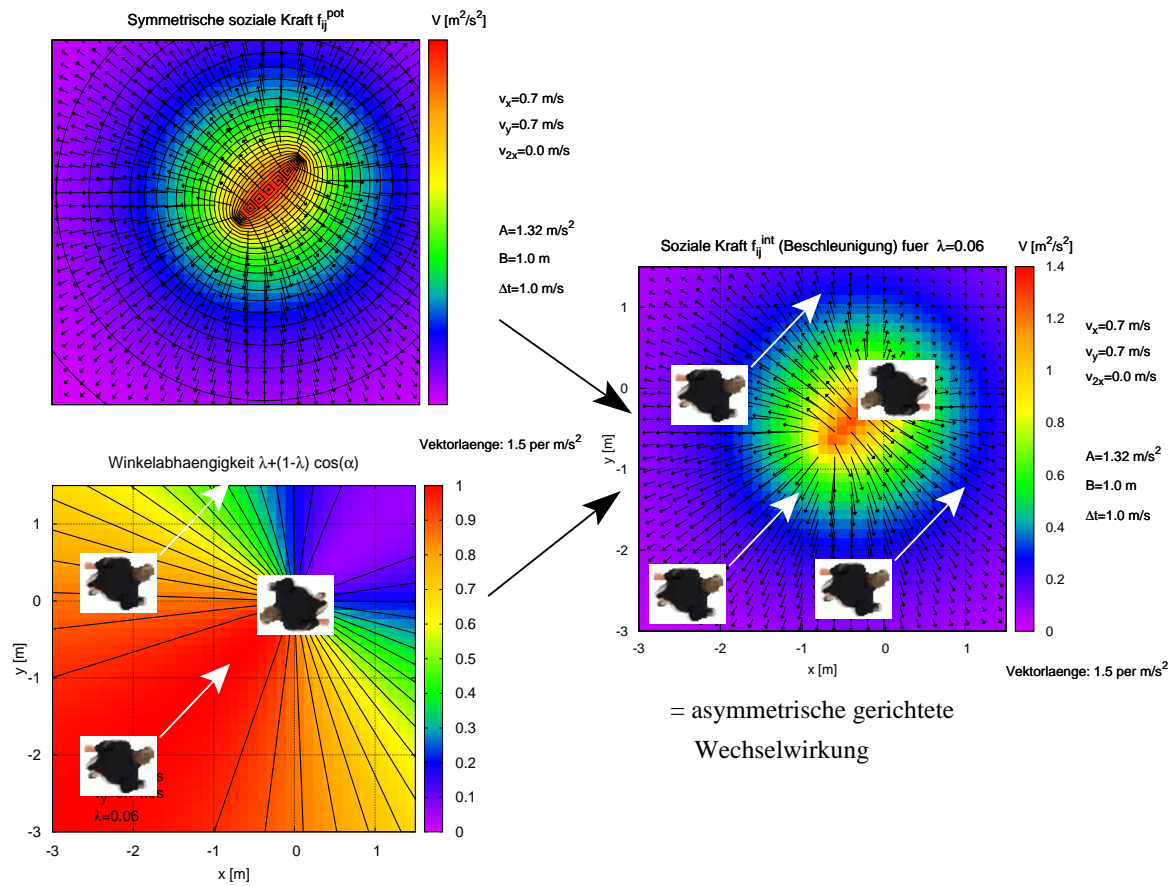


Abbildung 14.9: Einfluss der Blickwinkelabhängigkeit  $w(\alpha_{ij})$  auf die Wechselwirkungskraft für die Situation der Abbildung 14.7.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

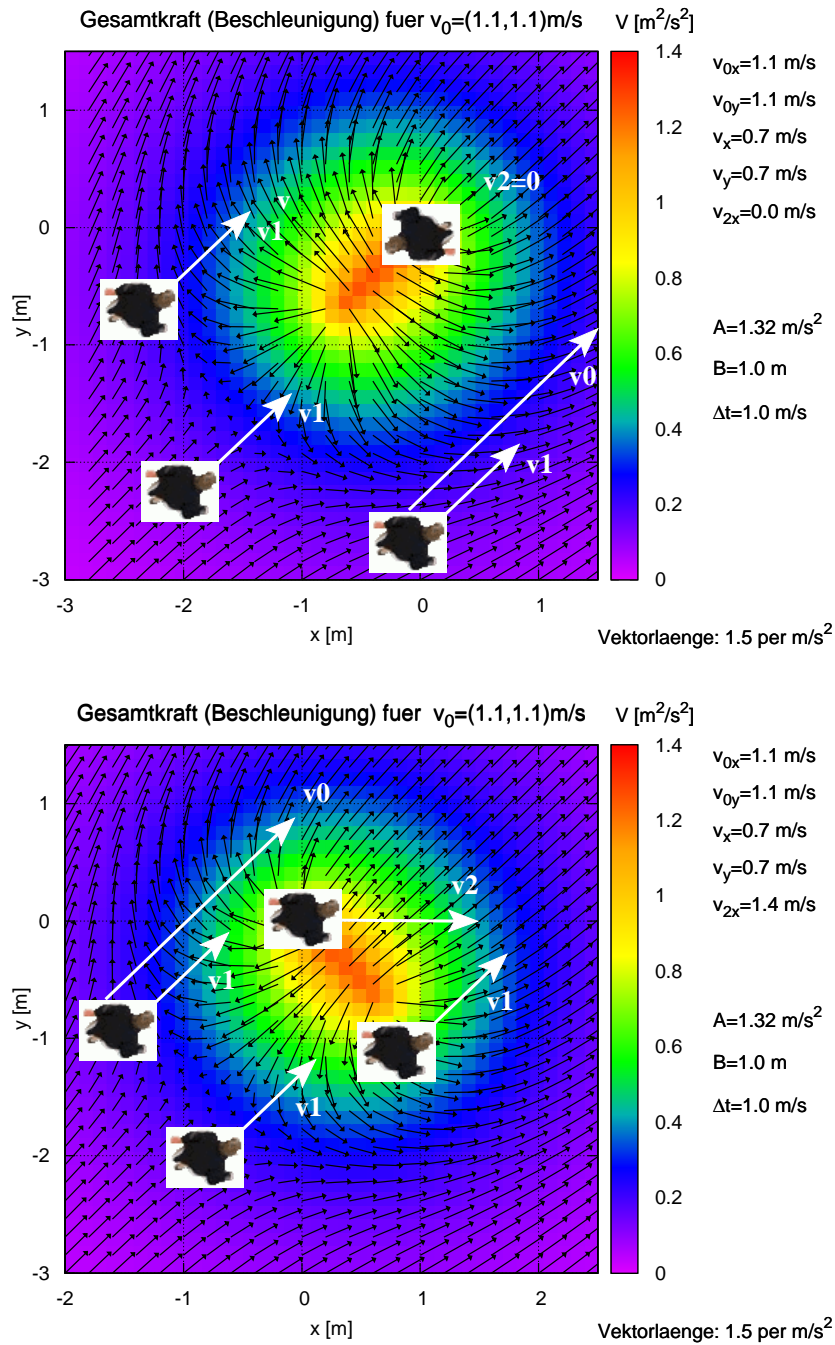


Abbildung 14.10: Volle soziale Kraft  $\vec{v}_i = \vec{f}_i^{\text{free}} + \vec{f}_{ij}^{\text{int}}$  einschließlich der freien Kraft bei einer Wunschgeschwindigkeit  $\vec{v}_{0i} = 1.5$  m/s ( $1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}$ ), einer aktuellen Geschwindigkeit  $v_1 = 1$  m/s in gleicher Richtung für eine stehende (oben) und eine in  $x$ -Richtung laufende Zielperson (unten).

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

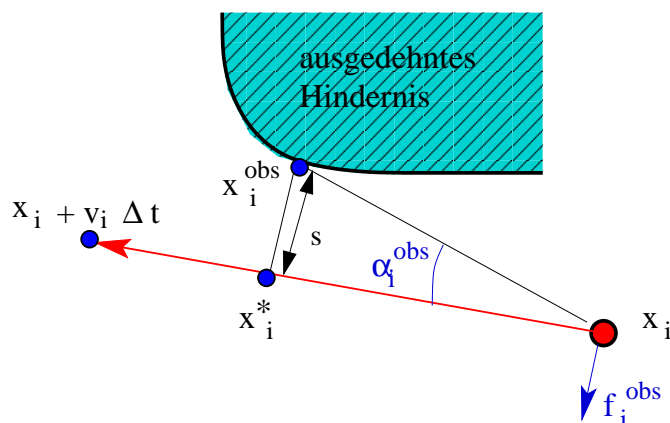


Abbildung 14.11: Zur Definition der von Hindernissen ausgehende soziale Kraft.

kleinsten positiven Abstand  $s$  zu wählen, welcher während des Zeithorizonts bei konstanter Geschwindigkeit erreicht werden würde (vgl. Abb. 14.11). Diese Kraft wird ferner mit der üblichen Blickrichtungsabhängigkeit multipliziert:

$$\vec{f}_i^{\text{obs}} = -w(\alpha_i^{\text{obs}}) \nabla \Phi^{\text{obs}}(\vec{x}_i^*). \quad (14.29)$$

Der Ort des minimalen Abstandes (vgl. Abb. 14.11) ist gegeben durch

$$\vec{x}_i^* = \vec{x}_i + \lambda \vec{v}_i \Delta t, \quad \lambda = \arg \min_{\lambda \in [0,1]} s(\vec{x}_i + \lambda \vec{v}_i \Delta t). \quad (14.30)$$

Der Blickwinkel  $\alpha_i^{\text{obs}}$  gibt den Winkel zwischen der Gehrichtung und dem Abstandsvektor von der aktuellen Fußgängerposition zum nächsten Punkt  $\vec{x}_i^{\text{obs}}$  der Hindernisse (von  $\vec{x}_i^*$  aus gesehen) an, vgl. wieder die Abb. 14.11:

$$\cos \alpha_i^{\text{obs}} = -\vec{e}_i \cdot \vec{e}_i^{\text{obs}}, \quad \vec{e}_i^{\text{obs}} = \frac{\vec{x}_i - \vec{x}_i^{\text{obs}}}{|\vec{x}_i - \vec{x}_i^{\text{obs}}|}. \quad (14.31)$$

Würde man diese Rechenvorschrift auch für punktförmige Hindernisse anwenden, bekäme man im wesentlichen die Ellipsendefinition (14.14) der von einem stehenden Fußgänger an dieser Stelle ausgehenden sozialen Interaktionskraft. Während man dann besser direkt die Ellipsendefinition anwendet, zeigt dieser Grenzfall doch, dass obige Definition für ausgedehnte Hindernisse konsistent mit der Fußgänger-Fußgänger-Interaktionskraft (14.14) ist, gleichzeitig aber das Problem jener Kraftdefinition (Spalier stehende virtuelle Fußgänger sind notwendig, hoher Rechenaufwand) vermeidet.

### 14.2.4 Modellparameter und Fundamentaldiagramm

Das volle Modell hat nur sechs Modellparameter (vgl. Tabelle 14.1). Dieser Parametersatz enthält bemerkenswerterweise keine maximale Dichte  $\rho_{\text{max}}$  oder einen der mikroskopischen Beschreibung entsprechenden minimalen Abstand. Um die im Modell enthaltene

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

Parameter	Fuß- gänger	Marathon- läufer
Wunschgeschwindigkeit $v_0$	1.2 m/s	3 m/s
Anpassungszeit $\tau$	1 s	1.5 s
Stärke der Interaktionskraft $A$	1 m/s <sup>2</sup>	2 m/s <sup>2</sup>
1/e-Reichweite der Interaktionskraft $B$	1 m	2 m
Antizipations-Zeithorizont (Zeitschrittweite) $\Delta t$	1 s	1 s
Symmetriefaktor $\lambda$	0.06	0.03

Tabelle 14.1: Parameter des *Social-Force* Modells für Fußgänger.

*implizite* maximale Dichte abzuschätzen, leiten wir nun das *Fundamentaldiagramm* der Fußgänger unter der vereinfachenden Annahme von im “Gänsemarsch” in einer langen Schlange gehenden Fußgänger her. Wie immer gilt im Fließgleichgewicht  $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$  und  $\vec{v}_i = \vec{v}_j$ . Ohne Einschränkung laufe die Schlange in  $x$ -Richtung, so dass  $\vec{v}_i = v_i \vec{e}_x = \text{const.}$  und  $|\vec{d}_{ij}| = s = \text{const.}$  Mit  $f_{ij} = |\vec{f}_{ij}^{\text{int}}|$  usw. lautet damit die  $x$ -Komponente des *social-force-Modells* für einen Fußgänger  $i$  in der Mitte der Schlange mit hinreichend vielen Fußgängern vor ihm (Index  $l$ , Kraft in negativer  $x$ -Richtung) und hinter ihm (Index  $m$ , Kraft in positiver  $x$ -Richtung) sowie keine Kräfte durch feste Hindernisse:

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_i}{dt} &= \frac{v_0 - v_i}{\tau} + \sum_{l=1}^{\infty} f_{il} + \sum_{m=1}^{\infty} f_{im} \\
 &= \frac{v_0 - v_i}{\tau} + \lambda \left( - \sum_{l=1}^{\infty} A e^{-ls/B} + \sum_{m=1}^{\infty} A e^{-ms/B} \right) + (1 - \lambda) \left( - \sum_{l=1}^{\infty} A e^{-ls/B} + 0 \right) \\
 &= \frac{v_0 - v_i}{\tau} - A(1 - \lambda) \sum_{l=1}^{\infty} e^{-ls/B} \\
 &= \frac{v_0 - v_i}{\tau} - A(1 - \lambda) \left( \sum_{l=0}^{\infty} e^{-ls/B} - 1 \right) \\
 &= \frac{v_0 - v_i}{\tau} - A(1 - \lambda) \left( \frac{1}{1 - e^{-s/B}} - 1 \right) = \frac{v_0 - v_i}{\tau} - A(1 - \lambda) \left( \frac{e^{-s/B}}{1 - e^{-s/B}} \right).
 \end{aligned}$$

In der letzten Zeile wurde die geometrische Reihe  $\sum_{i=0}^{\infty} q^i = 1/(1 - q)$  für  $|q| < 1$  ausgenutzt. Damit ergibt sich die *steady-state* (Fließgleichgewichts-) Abstands-Geschwindigkeits-Relation (das “mikroskopische Fundamentaldiagramm”) zu

$$v_e(s) = v_0 - \tau A(1 - \lambda) \left( \frac{e^{-s/B}}{1 - e^{-s/B}} \right). \tag{14.32}$$

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

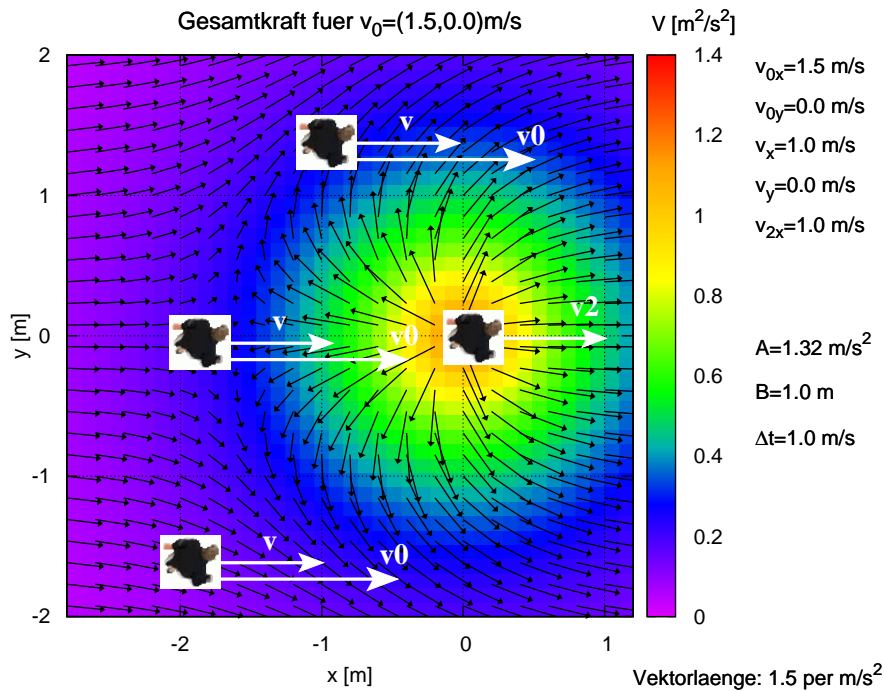


Abbildung 14.12: Zur Herleitung des Fundamentaldiagramms: Volle soziale Kraft bei einer Geschwindigkeit  $\vec{v}_i = (1,0) \text{ m/s}$ , einer Wunschgeschwindigkeit  $\vec{v}_{0i} = (1.5,0) \text{ m/s}$  sowie einer Differenzgeschwindigkeit  $\vec{v}_i - \vec{v}_j$  gleich null. Der Gleichgewichtsabstand  $s_e$  ist dort, wo die Kraftpfeile verschwinden.

Mit Abschirmung, wenn man also wie im Autoverkehr nur die nächsten Nachbarn (NN) berücksichtigt, erhält man den ähnlichen Ausdruck

$$v_e^{\text{NN}}(s) = v_0 - \tau A(1 - \lambda) e^{-s/B}, \quad (14.33)$$

also den allgemeinen Ausdruck ohne den Nenner. Die Umkehrfunktion, also ein Gleichgewichtsabstand  $s_e(v)$  bei gegebener Geschwindigkeit der “Gänsemarsch-Kolonne”, ist in den Abbildung 14.12 an der Stelle, bei der die Pfeile verschwinden, also hier bei etwa  $s_e = 1.6 \text{ m}$ .

Offensichtlich stellt sich für  $\lambda < 1$  eine Steady-State-Geschwindigkeit  $v_e = 0$  bei einem gewissen Abstand  $s_0$  ein, der die maximale 1D-Dichte definiert:<sup>8</sup>  $\rho_{\text{max}}^{\text{1D}} = 1/s_0$ . Setzt man die rechte Seite der Gleichgewichts-Geschwindigkeits-Relation (14.32) gleich null

<sup>8</sup>In erweiterten Modellen würden dann physikalische und nicht nur soziale Kräfte aktiv werden. Das reine *social force* Modell erlaubt jedoch auch Abstände  $s = 0$ .



## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

und löst nach  $A$  auf, ergibt sich eine Bedingung für die Stärke der Interaktionskraft in Abhängigkeit des beobachtbaren Mindestabstandes  $s_0$ :

$$A = \frac{v_0}{\tau(1-\lambda)} \left( \frac{1 - e^{-s_0/B}}{e^{-s_0/B}} \right).$$

Damit hängt die Steady-State-Geschwindigkeit vom Mindestabstand  $s_0$  anstelle von  $A$  ab:

$$v_e(s) = v_0 \left[ 1 - e^{-(s-s_0)/B} \left( \frac{1 - e^{-s_0/B}}{1 - e^{-s/B}} \right) \right]. \quad (14.34)$$

Der Isotropieparameter  $\lambda$  kürzt sich hier bemerkenswerterweise heraus.<sup>9</sup>

Für Nächste-Nachbarn (NN) Wechselwirkungen lauten die Relationen für die Stärke  $A$  und die Steady-State-Geschwindigkeit als Funktion von  $s_0$ :

$$A^{\text{NN}} = \frac{v_0}{\tau(1-\lambda)} e^{s_0/B}, \quad v_e^{\text{NN}}(s) = v_0 \left[ 1 - e^{-(s-s_0)/B} \right]. \quad (14.35)$$

All dies gilt, wie gesagt, für eine einzelne Schlange von im Gänsemarsch gehenden Fußgängern. Nimmt man nun mehrere solcher Schlangen im seitlichen Abstand  $s_0$  an, die nicht mit den jeweils anderen Schlangen wechselwirken,<sup>10</sup> setzt also

$$\rho = \frac{1}{s s_0}, \quad \rho_{\max} = \frac{1}{s_0^2},$$

ergibt dies bei NN-Wechselwirkungen das makroskopische Fundamentaldiagramm (vgl. Abb. 14.13)<sup>11</sup>

$$V_e^{\text{NN}}(\rho) = v_0 \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\sqrt{\rho_{\max}}}{B} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{\max}} \right) \right] \right\}, \quad Q_e(\rho) = \rho V_e(\rho). \quad (14.36)$$

Bemerkenswerterweise ist dies genau das von *Weidmann* vorgeschlagene gefittete Fundamentaldiagramm (und zwar wurde es *vor* der Formulierung des *social force* Modells vorgeschlagen):

$$v_e^{\text{Weidmann}}(\rho) = 1.34 \text{ m/s} \left\{ 1 - \exp \left[ -1.913 \text{ m}^{-2} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{5.4 \text{ m}^{-2}} \right) \right] \right\}. \quad (14.37)$$

Schließlich ist nicht nur die Stärke  $A$  der Kraft abhängig vom beobachtbaren Mindestabstand  $s_0$ . Auch die Reichweite  $B$  unterliegt Plausibilitäts-Bedingungen und muss insbesondere, wie bereits erwähnt, die "Unfallfreiheits-Bedingung"  $(1-\lambda)AB > v_0^2/2$  erfüllen.

<sup>9</sup>er darf aber nicht =1 betragen, da dann  $A \rightarrow \infty$  gehen würde.

<sup>10</sup>In Wirklichkeit beschreibt das *social force* Modell für diesen Fall eine geringe,  $v_e$  reduzierende Wechselwirkung, welche vom Anisotropieparameter  $1-\lambda$  herrührt.

<sup>11</sup>In einer anderen Annahme setzt man den seitlichen Abstand der Fußgänger gleich den longitudinalen Abstand, also  $\rho = \frac{1}{s^2}$ , was einem "quadratischen Fußgängergitter" entspricht. Dies ergibt allerdings nur Sinn, wenn man auch die diagonalen Wechselwirkungen von Fußgängern einer anderen Schlange betrachtet.

## 14 Verkehrsflussmodellierung von Fußgängern

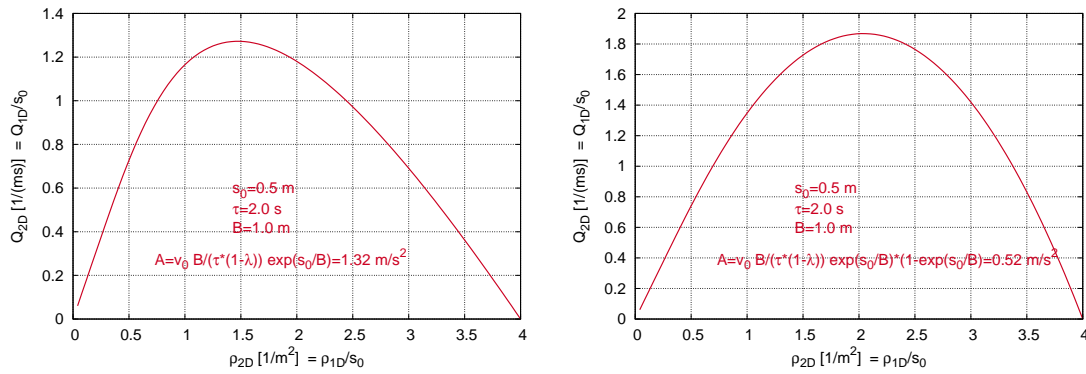


Abbildung 14.13: Genähertes Fundamentaldiagramm (14.36) des *sozialen Kräftemodells* bei nächste-Nachbarn Wechselwirkungen (links) und das auf (14.34) basierende Fundamentaldiagramm bei voller Wechselwirkung (rechts).

Da bei Fußgängern Kollisionen nicht so tragisch sind, ist üblicherweise diese Bedingung nahezu als Gleichung erfüllt und das *social force* Modell funktioniert für einen ganzen Bereich von Werten  $B$  mit  $AB = \text{const.}$  ziemlich gut.

### Aufgabe: Koeffizientenvergleich

Identifizieren Sie die Parameter  $v_0$ ,  $\rho_{\max}$  bzw.  $s_0^{-2}$  und  $B$  in der Formel von Weidmann. Kann man Aussagen über den Symmetrieparameter  $\lambda$  treffen?

Lösung:  $v_0 = 1.34 \text{ m/s}$ ,  $\rho_{\max} = 5.4 \text{ m}^{-2}$ ,  $B = 1.21 \text{ m}$ ,  $\lambda < 1$ ; weitere Aussagen über  $\lambda$  sind nicht möglich.