Lösungsvorschlag zur
Klausur zur Vorlesung Methoden der Verkehrsökonometrie
für Master-Studierende
WS 2014/15

Aufgabe 1 (25 Punkte)

(a) Systemgleichungen:

$$\boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} 42.0 \\ 39.3 \\ 38.2 \\ 37.1 \\ 37.3 \\ 36.0 \\ 33.7 \\ 34.5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.75 \\ 1 & 2 & 1.03 \\ 1 & 4 & 1.15 \\ 1 & 6 & 1.35 \\ 1 & 8 & 1.40 \\ 1 & 10 & 1.42 \\ 1 & 12 & 1.67 \\ 1 & 14 & 1.35 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}.$$

(b)
- Preiselastizität: Im Modell $Y(\boldsymbol{x}) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x2 + \epsilon = \hat{y}(\boldsymbol{x}) + \epsilon$ bezieht sich die Preiselastizität auf x_2:

$$\epsilon = \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} = \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} \beta_2 = \frac{1.265}{37.2625} * (-4.289) = -0.146$$

  Die Elastizität ist also stark unterproportional: 1 % Preiserhöhung führen nur zu 0.15 % weniger Verbrauch. Solche Unterproportionalität ist für notwendige Güter typisch.
- Da β_1 negativ ist, würde der Verbrauch auch bei konstanten Preisen über die Zeit sinken (hauptsächlich wegen der Effizienzsteigerung der Autos bei kaum steigenden Fahrleistungen).
- Prognose:[1]

$$\hat{y}(x_1 = 16, x_2 = 1.20) = \hat{\beta}_0 + 16\hat{\beta}_1 + 1.2\hat{\beta}_2 = 34.7 \text{ [Mrd Liter/Jahr]}$$

(c) Konfidenzintervalle der Preissensitivität β_2 zu $\alpha = 5\,\%$:

$$\text{KI} = [\hat{\beta}_2 - \Delta\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_2 + \Delta\hat{\beta}_2]$$

mit

$$\Delta\hat{\beta}_2 = \sqrt{\hat{V}_{22}} t_{0.975}^{(n-3)} = \sqrt{2.349} t_{0.975}^{(5)} = \sqrt{2.349} * 2.571 = 3.94,$$

also

$$\text{KI} = [-8.228, -0.349].$$

Es liegt also bei $\alpha = 5\,\%$ Signifikanz vor.

[1] Hier war ein Zahlenfehler in der Aufgabenstellung: $\hat{\beta}_0 = 44.83$ und nicht =0.3892% Die Lösung wäre dann −9.66 MrdLiter/Jahr. Dies geht aber natürlich nicht zu Lasten der Studierenden; Hinweise auf Inkonsistenz (negativer Verbrauch!) ergeben einen Extrapunkt.

(d) Test auf steigenden preisbereinigten Trend:

1. H_0: $\beta_1 > 0$
2. Testfunktion: $T = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{\hat{V}_{11}}} \sim T(5)$
3. Realisierung aus den Daten: $t = -3.480$
4. Entscheidung: H_0 bei $\alpha = 2.5\%$ ablehnbar, falls $t < -t_{0.975}^{(5)} = -2.571$. Dies ist erfüllt, also H_0 bei $\alpha = 2.5\,\%$ ablehnbar!

Häufige Fehler

Die Liste gemachter Fehler zeigt potentielle Missverständnisse und beliebte Flüchtigkeitsfehler auf und dient als Vorbereitung auf folgende Klausuren.

- Unterscheide Elastizitätern (einheitenlos, relative Änderung endogener Variabler pro rel. Änderung exogener Variabler) und Sensitivitäten (einheitenbehaftet, absolute Änderung endogener Variabler pro abs. Änderung exogener Variabler, in der Regel direkt gleich einem Modellparameter).

- Unterscheide das (abstrakte) Modell von den Systemgleichungen (Modell in die Daten eingesetzt): Bei Eingleichungs-Regressionsmodellen wie hier hat das Modell eine Gleichung (sic!) für eine reellwertige Variable während die Systemgleichuingen viele Gleichungen darstellen (eine für jeden Datenpunkt), die man kompakt als eine Vektor-Matrix-Gleichung schreiben kann.

- $x_1 = t - 2000$, also entsprechender Term in der Regressionsgleichung $\beta_1 x_1$, nicht $\beta_1(x_1 - 2000)$.

- **Keine Fleißaufgaben machen!** Wie hier z.B. das Konfidenzintervall für β_0 oder β_1 zu berechnen. Dies gibt null Punkte und zeigt nur, dass man gedankenlos von (erlaubten) Vorlagen semantisch abkopiert hat! Selbiges gilt für Angabe der Skalierung der Variablen (z.B. Jahreszahl metrisch), die Bedeutung der Parameter u.v.m.: Alles hier nicht verlangt!

- **So spezifisch wie möglich!** Wann immer möglich, konkrete Zahlen eingeben oder eine Definition am konkreten Sachverhalt erklären. Hier bspw. bei den Systemgleichungen nicht " $\boldsymbol{Y} = (Y_1, Y_2, ..., Y_8)^{\mathrm{T}}$" hinschreiben, sondern die Zahlen einsetzen.

- Bei Regressionsmodellen bezeichnen wir die Achsabschnitts-Konstante mit β_0. Der Index geht also mit 0 an, so dass bei einer gegebenen 3×3-Zahlenmatrix für die Kovarianzen $\hat{\mathbf{V}}$ die geschätzten Varianzen $\hat{V}(\hat{\beta}_1)$ bzw. $\hat{V}(\hat{\beta}_2)$ das mittlere bzw. untere Diagonalelement von $\hat{\mathbf{V}}$ darstellen, *nicht* das obere bzw. mittlere!

- bei Regressionsrechnung basieren Parameter-KI und -Tests immer auf der T-Statistik (Varianzen müssen geschätzt werden, unter H_0 ist die Abweichung in Einheiten der geschätzten Standardabweichung t-verteilt), nicht auf die Z-Statistik (unter H_0 ist die Abweichung in Einheiten der tatsächlichen Standardabweichung standardnormalverteil). Bei ML-Schätzungen geht man hingegen "asymptotisch" vor, d.h. man nimmt die aus der ML-Schätzung berechneten Kovarianzen für bare Münze und wendet die Z-Testfunktion an.

- Elastizitäten: Die Berechnung wird vereinfacht, wenn man die immer gültige Beziehung $\hat{y}(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \bar{y}$ berücksichtigt. (Könnte eine zukünftige Klausuraufgabe sein).
- Keine Beträge der Testfunktionen bei einseitigen Tests! z.B. Test auf "$\geq$": H_0 ablehnbar, falls $t < -t_{1-\alpha}$: Hingegen wäre $|t| > t_{1-\alpha}$ falsch, da dies eine größere Menge definiert!
- in Z- und T-Testfunktionen gehen die Wurzeln der Diagonalelemente der Kovarianzmatrix ein, nicht die Elemente selbst.

Aufgabe 2 (70 Punkte)

(a) Es werden tatsächlich gemachte Kaufentscheidungen analysiert, also Revealed-Choice.

(b)
- Es sei y_{ni} die Zahl der Entscheidungen für Alternative i, welche die Kunden der Schicht n getätigt haben. Die Gesamtzahl N der Kunden beträgt (bereits in der Aufgabenstellung angegeben) $N = \sum_{n=1}^{6} \sum_{i=0}^{3} y_{ni} = 100$. Die Zahl der gewählten Alternativen ist gleich den Spaltensummen:

$$y_{\text{kein Rad}} = \sum_n y_{n0} = 70, \quad y_{\text{MTB}} = \sum_n y_{n1} = 10,$$
$$y_{\text{RR}} = \sum_n y_{n2} = 10, \quad y_{\text{TB}} = \sum_n y_{n3} = 10.$$

  Damit sind die Kundenanteile

$$f_{\text{kein Rad}} = y_{\text{kein Rad}}/N = 70\,\%, \quad f_{\text{MTB}} = y_{\text{MTB}}/N = 10\,\%,$$
$$f_{\text{RR}} = y_{\text{RR}}/N = 10\,\%, \quad f_{\text{TB}} = y_{\text{TB}}/N = 10\,\%.$$

- Die weiblichen Kunden sind den Schichten $n = 2$, 4 und 6 zugeordnet. Also

$$f_{\text{weibl}} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{3} (y_{2i} + y_{4i} + y_{6i}) = \frac{44}{100} = 44\,\%.$$

(c)
- Es gibt 4 Alternativen, auch wenn es nur drei Radtypen gibt: Der Nichtkauf ist auch eine vollwertige Alternative,
- generische (direkt von den Alternativen abhängige) Variable: Relativen Preise R_{ni},
- sozioökonomische Variable: Geschlecht und indirekt auch die bevorzugte Preisklasse (diese wurde bereits den Schichten zugeordnet und wird nur indirekt über die unterschiedlichen relativen Preise berücksichtigt; "Geschlecht" allein ergibt bereits volle Punktzahl),
- Skalierung: relativer Preis metrisch, Geschlecht nominal (dichotom), ggf bevorzugte Preisklasse ordinal.

(d) Es werden keine Qualitätsmerkmale der Räder berücksichtigt. Stünde der Radladen in einer Gegend mit betuchterer oder an Rädern begeisterter Kundschaft und würden deshalb bevorzugt teurere Räder gekauft, erhielte man eine positive Preissensitivität bezüglich absoluter Preise, was natürlich unsinnig ist. Durch die Beziehung auf die mittleren Preise der gleichen Räder bei der Konkurrenz wird einerseits die Qualität und andererseits der für die Kunden sehr wichtige relative Preisvorteil berücksichtigt: Unabhängig vom absoluten Preis kaufen die Kunden Räder bevorzugt dann, wenn sie billiger als bei der Konkurrenz sind. (Jede Antwort, die das in irgendeiner Art erkennen lässt, erhält volle Punktzahl.)

(e) Bei Modellen der diskreten Wahltheorie muss die Alternativenmenge (i) exklusiv, (ii) vollständig sein, d.h., der Kunde kann sich nur für genau eine der vorliegenden

Alternativen entscheiden. Da er ohne Kauf aus den Laden gehen kann (und dies auch meist tut), muss auch der "Nichtkauf" eine Alternative sein.[2]

(f) IIA, *Independence of Irrelevant Alternatives*, bedeutet, dass sich die relative Attraktivität zweier Alternativen i und j, ausgedrückt als Quotient der Auswahlwahrscheinlichkeiten P_i/P_j bzw. relativer Häufigkeiten f_i/f_j, nicht ändert, wenn sich die Attribute weiterer Alternativen $k \neq i, j$ ändern. Hier ist $k = 1$ die Alternative "MTB", welche attraktiver wird. Es stehen nun zwar nur noch $1 - f_1 = 81\,\%$ statt wie bisher $90\,\%$ für die Alternativen $i \neq 1$ zur Verfügung, aber die relativen Attraktivitäten $f_2/f_0 = 1/7$ und $f_3/f_0 = 1/7$ bleiben gleich. Die Bedingungen

$$\frac{f_2}{f_0} = \frac{f_3}{f_0} = \frac{1}{7}, \quad f_0 + f_2 + f_3 = 0.81$$

ergeben

$$f_0 = 63\,\%, \quad f_2 = f_3 = 9\,\%.$$

Es werden also nicht nur mehr MTBs sondern auch insgesamt mehr Räder verkauft. Der Substitutioneffekt ("dann kaufe ich halt ein MTB statt eines TB") ist relativ klein.

Hinweis: Man kann auch einfach argumentieren und sagen, dass IIA impliziert, dass sich bei Änderung der relativen Häufigkeit einer Alternative durch externe Beeinflussung die aller *anderen* Alternativen um einen gemeinsamen Faktor (der natürlich nicht gleich dem Änderungsfaktor der extern beeinflussten Alternative ist) ändern: Nur dann bleiben die Quotienten gleich. Dieser Faktor ist hier 81/90=0.9, da für die anderen Alternativen noch 81 statt bisher 90 Entscheidungen übrig bleiben.

(g) Referenz: Kein Kauf, $i = 0$.

Bei der Maximum-Likelihood-Schätzung müssen die realisierten und prognostizierten Merkmalssummen der Faktoren der entsprechenden Parameter gleich sein: $X_m^{\text{data}} = X_m^{\text{MNL}}$ für m =1, 2 und 3 bzw. explizit

$$\sum_{n,i} y_{ni} x_{mni} = \sum_{n,i} y_n P_{ni}(\boldsymbol{\beta}) x_{mni}$$

wobei hier $x_{1ni} = \delta_{i1}$, $x_{2ni} = \delta_{i2}$ und $x_{3ni} = \delta_{i3}$. Die realisierten Merkmalssummen sind also einfach die Spaltensummen der y_i-Spalten:

$$X_1^{\text{data}} = \sum_{n=1}^{6} \sum_{i=0}^{3} y_{ni} \delta_{i1} = \sum_{n=1}^{6} y_{n1} = 10,$$

$$X_2^{\text{data}} = \sum_{n=1}^{6} \sum_{i=0}^{3} y_{ni} \delta_{i2} = \sum_{n=1}^{6} y_{n2} = 10,$$

$$X_3^{\text{data}} = \sum_{n=1}^{6} \sum_{i=0}^{3} y_{ni} \delta_{i3} = \sum_{n=1}^{6} y_{n3} = 10.$$

[2] Man könnte einwenden, dass ein Kunde auch gleich mehrere Räder kaufen könnte und damit die Exklusivität nicht gegeben ist. Dies lässt sich aber formal auflösen, indem jeder weiterer Kauf einem separaten virtuellen Kunden zugeordnet wird (z.B. dem Partner, Kind oder Freund), für die weitere Räder gekauft werden.

Da es keine von n abhängigen exogenen Variablen gibt, ist $P_{ni} = P_i$ und die modellierten Merkmalssummen haben die Form

$$X_1^{\mathrm{MNL}} = \sum_{n=1}^{6} \sum_{i=0}^{3} y_n P_i(\boldsymbol{\beta}) \delta_{i1} = \sum_{n=1}^{6} y_n P_1 = 100 P_1(\boldsymbol{\beta})$$

und analog

$$X_2^{\mathrm{MNL}} = 100 P_2(\boldsymbol{\beta}), \quad X_3^{\mathrm{MNL}} = 100 P_3(\boldsymbol{\beta}).$$

Hierbei wurde $\sum_n y_n = N = 100$ (alle Kaufinteressenten) ausgenutzt. Die Kalibrierungsbedingungen lauten also

$$P_1(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{10} = f_1, \quad P_2(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{10} = f_2, \quad P_3(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{10} = f_3.$$

(Dies könnte man nach $\boldsymbol{\beta}$ auflösen: $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$, wobei z.B. β_3 aus der Bedingung $0.1 = e^{\beta_3}/(1 + 3e^{\beta_3})$ leicht zu isolieren wäre. Dies ist aber hier nicht verlangt.)

(h)
- β_4 ist der Vorfaktor der relativen Preise, also die relative Preissensitivität (sollte negativ sein).
- β_6 gehört zum Term $\beta_6 g_n \delta_{i1}$. Da $g_n = 1(0)$ für weibliche (männliche) Kunden und δ_{i1} das MTB selektiert, gibt β_6 an, um wieviel die MTB-Nutzenfunktion V_1 steigt, wenn bei sonst gleichen Bedingungen Frauen statt Männer die Kunden sind: "weibliche Bevorzugung für MTB".

(i) für die erste Schicht $n = 1$ gilt

$$\begin{aligned}
V_{10} &= 0 + \beta_5 * 0 = 0, \\
V_{11} &= \beta_1 + \beta_4 R_{11} + \beta_6 * 0 = 2.1 - 4.1 * 0.8 = -1.18, \\
V_{12} &= \beta_2 + \beta_4 R_{12} + \beta_7 * 0 = 2.7 - 4.1 * 1.1 = -1.81, \\
V_{13} &= \beta_3 + \beta_4 R_{13} + \beta_8 * 0 = 1.7 - 4.1 * 1.2 = -3.22.
\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich der Nenner

$$D = \sum_{i=0}^{3} e^{V_{1i}} = 1.511$$

und die Auswahlwahrscheinlichkeiten

$$P_{10} = \frac{1}{D} = 0.662, \quad P_{11} = \frac{e^{V_{11}}}{D} = 0.203, \quad P_{12} = \frac{e^{V_{12}}}{D} = 0.108, \quad P_{13} = \frac{e^{V_{13}}}{D} = 0.026.$$

(j)
- Eigen-Preiselastizität der ersten Schicht ($n = 1$) bei MTBs ($i = 1$):

$$\epsilon_{111}^{(\mathrm{K})} = \beta_4 R_{11}(1 - P_{11}) = -4.1 * 0.8 * (1 - 0.203) = -2.61$$

  Eine Preiserniedrigung um 10 % würde also den Absatz um 26.1 % steigen lassen.

– Kreuz-Preiselastizitäten der Alternativen $i \neq 1$ der ersten Schicht ($n = 1$) bei Preisänderungen der MTBs ($j = 1$):

$$\epsilon_{101}^{(K)} = \epsilon_{121}^{(K)} = \epsilon_{131}^{(K)} = -\beta_4 R_{11} P_{11} = -4.1 * 0.8 * 0.203 = 0.667.$$

Eine Preiserniedrigung um 10 % bei MTBs *erniedrigt* den Absatz der anderen Radtypen um etwa 6.7 %. Da aber auch die Zahl der Nichtkäufer um 6.7 % erniedrigt wird (dieselben Prozentzahlen sind eine Folge der IIA-Eigenschaft!) und die Nichtkäufer in der Mehrzahl sind, rekrutieren sich die zusätzlichen MTB-Käufer hauptsächlich von den Nichtkäufern und nicht etwa von Kunden, die den Radtyp aufgrund des Angebotes wechseln (dies wäre ein Substitutionseffekt).

(k) In der (immer verwendeten) asymptotischen Näherung ist die Testfunktion $Z_4 = \hat{\beta}_4/\sigma_4 \sim N(0,1)$ standardnormalverteilt. Die Realisierung ergibt

$$z_4 = \frac{-4.1}{1.6} = -2.5625.$$

Bei der Nullhypothese $H_0 : \beta_4 = 0$ ergibt sich mit der bereits angegebenen Formel und der Tabelle auf S. 4 der p-Wert zu

$$p = 2(1 - \Phi(2.5625)) = 2(1 - 0.9948) = 0.0104 \approx 1\,\%.$$

Die Preissensitivität ist also signifikant.

Häufige Fehler

- Eine Alternative "weiß nicht" ist bei Revealed Choice logisch unmöglich!
- (f) IIA "Independence of Irrelevant Alternatives" darf nicht missverstanden werden dahingehend, dass die Anteile der nicht direkt betroffenen ALternativen konstant bleiben. Das geht schon logisch nicht, da sich Wahrscheinlichkeiten/Anteile auf 100% addieren müssen. Vielmehr bleiben die *Verhältnisse* der Anteilswerte bzw. Wahrscheinlichkeiten aller *nicht direkt betroffenen* Alternativen (NDBA), also hier $i = 0, 2, 3$, konstant, die Absolutwerte ändern sich aber alle um den Faktor

  $$f = \frac{\text{Gesamtzahl der Entscheidungen für NDBA davor}}{\text{Gesamtzahl der Entscheidungen für NDBA danach}}$$

  Dieser ist hier $f = 81/90$.
- (g) Kalibrierung: Jede einzelne der modelliertenm Wahrscheinlichkeiten hängen i.A. *von allen* β's ab, also hier z.B. nicht $P_1(\beta_1)$ sondern $P_1(\boldsymbol{\beta}) = P_1(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$. Einzetzen des MNL macht dies evident!
- (g) **Nicht falsch abschreiben!** Hier ist nicht, wie in den erlaubten Klausurunterlagen, das "Trivialmodell" $V_{ni} = 0$ gemeint und auch nicht das volle Modell mit den Variablen R_{ni}, sondern das Konstantenmodell.

- (h) Der Kunde wählt, also sind alle Nutzenfunktionen der diskreten Wahltheorie hier immer aus Käufersicht, nicht aus Radhändersicht zu definieren!
- (h) **So spezifisch wie möglich!** Also nicht β_6: "Einfluss des Geschlechts", sondern β_6: "Unterschied der Bewertung des MTB bei Frauen gegenüber Männern" Dies beinhaltet drei spezifische Infrormationen:
  1. Frauen gegenüber Männern, welche die Referenz darstellen,
  2. es geht bei den Frauen um MTB, um keinen anderes Radtyp,
  3. verglichen wird mit Männern bei der Bewertung des MTB, nicht etwa bei der Bewertung der Referenzalternative (Nichtkauf): Dafür ist β_1 zuständig.
- (j) Aufgrund der IID-Eigenschaft des MNL sind alle Kreuzelastizitäten ϵ_{ni1}, $i \neq 1$, gleich!

Aufgabe 3 (25 Punkte)

(a) Wir legen fest: Sektor 1: Kfz-Herstellung, Sektor 2: Sonstige Wirtschaft. Die LKW halten nach Aufgabenstellung 10 Jahre. Im Fließgleichgewicht, was im IOM vorausgesetzt wird, tragen also 20 LKW während ihrer Lebensdauer anteilig zur Herstellung von 10 000 Kfz bei. Da ein LKW 5 mal so viel kostet wie der Durchschnitt aller Kfz (einschl. LKW) entspricht das 100 Kfz-Preiseinheiten, also werden für die Produktion von 10 000 Kfz der Wert von 100 Kfz für den Eigenbedarf benötigt: $A_{11} = 0.01$.

Ein Kfz (Wert 30 000 Euro) ist während seiner 10-jährigen Lebenszeit anteilig auch für die Produktion sonstiger Wirtschaftsgüter im Wert von 1 Million Euro zuständig: $A_{12} = 0.03$.

Schließlich lagert die Kfz-Industrie 60% ihrer Wertschöpfung aus: $A_{21} = 0.6$ und die sonstige Industrie benötigt 30% ihrer Produkte fÿur den Eigenbedarf: $A_{22} = 0.3$.

Insgesamt also

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.03 \\ 0.6 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

A_{21} gibt den Wertanteil der Autoproduktion (Sektor 1) an, der von anderen Industrien (Sektor 2) erzeugt wird, also den Auslagerungs-Anteil.

(b) Koeffizientenmatrix des vollen Aufwandes:

$$\mathsf{B} = (\mathbf{1} - \mathsf{A})^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{1} - \mathsf{A})} \begin{pmatrix} 1 - A_{22} & A_{12} \\ A_{21} & 1 - A_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.037 & 0.0444 \\ 0.8889 & 1.467 \end{pmatrix}.$$

Hierbei wurde

$$\det(\mathbf{1} - \mathsf{A}) = (1 - A_{22})((1 - A_{11}) - A_{12}A_{21} = 0.675$$

eingesetzt.

(c) In Einheiten der gesamten externen Nachfrage lautet der Ausgangswert des Nachfragevektors

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{pmatrix}.$$

Eine Steigerung der Nachfrage nach Automobilen um 10% entspricht demnach einen Differenzvektor

$$\Delta\, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die *Produktion* vor und nach der Nachfragesteigerung lautet in denselben Einheiten (die gesamte bisherige Nachfrage gleich eine Einheit):

$$\boldsymbol{x} = \mathsf{B}\, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 1.037 & 0.0444 \\ 0.8889 & 1.467 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2430 \\ 1.351 \end{pmatrix},$$

$$\Delta\, \boldsymbol{x} = \mathsf{B}\Delta\, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 0.02074 \\ 0.01778 \end{pmatrix}.$$

Dies entspricht einem Anstieg der Fahrzeugproduktion um

$$\frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{0.02074}{0.243} = 8.54\,\%$$

und einem Anstieg der Gesamtproduktion (BIP) um

$$\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 + x_2} = 2.42\,\%$$

Der prozentuale (nicht der absolute!) Anstieg der Fahrzeugproduktion ist also etwas geringer als der der Nachfrage, aber zusätzlich nimmt das gesamte BIP um beachtliche 2.42 % zu.

Häufige Fehler

- (a) ein Kfz hält 10 Jahre! Bei der Berechnung von A_{11} und A_{12}, also den Materialströmen x_{11} und x_{12}, bei denen LKW im Spiel sind, muss man daher pro Jahr nur 1/10 der benötigten Menge ansetzen, z.B. 2 LKW pro Jahr, wenn für die laufende Produktion 20 LKW benötigt werden: Die Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ beschreiben Verhältnisse im Fließgleichgewicht!
- (a) **Keine Fleißaufgaben machen!** Hier war beispielsweise kein Flussdiagramm verlangt (man kann eines machen, wenn es zur eigenen Veranschaulichung dient)
- (c) **Check auf Inkonsistenz bringt einen Punkt!** Erhält man durch eine falsche Lösung (oder auch durch falsche Zahlen in der Aufgabenstellung) ein offensichtlich inkonsistentes Ergebnis, erhält man für den Hinweis darauf einen (Extra-)punkt. Hier: Wenn 10% mehr Kfz-Nachfrage nur zu einer Produktionerhöhung von 0.49% führt, die sonstige Wirtschaft aber gleichzeitig um 241% (!) wächst, kann etwas nicht stimmen.

(c) Bei Reaktionen auf Nachfrageänderungen sowohl die Änderungen der Produktion $\Delta\,\boldsymbol{x} = \mathbf{B}\Delta\,\boldsymbol{y}$ als auch die Referenzproduktion $\boldsymbol{x} = \mathbf{B}\,\boldsymbol{y}$ davor berechnen. Erst dann kann man Produktionsänderungen $\Delta x_i/x_i$ angeben. Verstärkt nachgefragt wurde nur Verkehr, also ist nur Δy_1, nicht aber Δy_2 ungleich null!