Klausur zur Vorlesung Verkehrsökonometrie

für den Bachelor-Studiengang Verkehrswirtschaft, SS 2023
Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (20 Punkte)

(a)
- Räumlich: diese Stadt
- Zeitlich: jetzt bis open-end
- Sachlich: Güterbahnverkehr, kein Personenverkehr.

(b)

Begriff	stetig/diskret	Skalierung
Zahl/Größe bestehender Bahnhöfe	diskret/stetig	metrisch/metrisch
Nachtbetrieb?	diskret (dichotom)	nominal
Geländeverfügbarkeit	diskret	ordinal
Anbindung	diskret (dichotom)	nominal
Lage zu Stätten mit Güterbedarf	stetig	ordinal
Finanzmittel	stetig	metrisch.

(c)
- Exogene Variable: alle Kriterien der Aufgabenstellung
- Endogene Variable (geschachtelte Entscheidung): Entscheidung ja/nein, falls ja, Größe und Art des Güterbahnhofs.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Nach der Formel im Skript gilt bei gleichverteilten Parkdauern zwischen 0 und 2 Stunden am Ende jeder Stunde n für die Parkraumbelegung X_n die Beziehung

$$X_n = \frac{3}{4} I_n + \frac{1}{4} I_{n-1}.$$

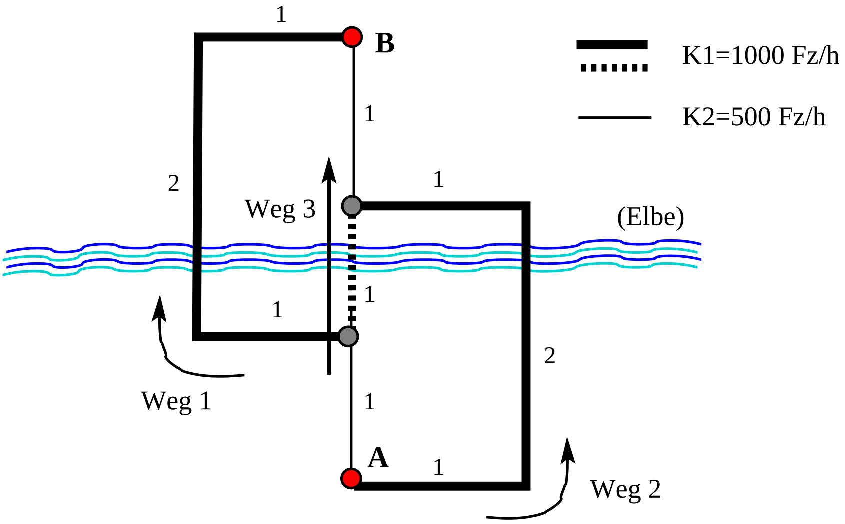
Motivation: die am Ende der Stunde n angekommenen Fahrzeuge sind zu 100 % noch da, die am Anfang dieser Stunde bzw am Ende der vorherigen Stunde (wegen der Gleichverteilung der Parkdauern) zu 50 % und die am Anfang der vorhergehenden Stunde zu 0 %, da das ja der maximalen Parkdauer von 2 Stunden entspricht. Damit

Zeitabschnitt	9:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00
Ankunftszahl	500	1 000	1 000	800
X_n	375	875	1 000	850

Belegung um 11:30h: Da innerhalb jeder Stunde nach Voraussetzung sowohl der Zufluss an neuen Fahrzeugen konstant ist als auch (wegen der gleichverteilten Parkdauern mit Maximum ein ganzes Vielfaches einer Stunde) der Abfluss, ist der Zeitverlauf der Belegung innerhalb jeder Stunde eine lineare Interpolation der Stundendaten, also hier $X(11:30\,\text{h}) = (X_{11} + X_{12})/2 = 938$ Fahrzeuge.

Aufgabe 3 (45 Punkte)

Netwerk:



(a) Reisezeiten in Abhängigkeit der Nachfragen Q_1, Q_2 und Q_3:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 1\left(1+\frac{Q_1+Q_3}{K_2}\right)+4\left(1+\frac{Q_1}{K_1}\right)=5+\frac{Q_1+Q_3}{K_2}+4\frac{Q_1}{K_1}, \\
T_2 &= 1\left(1+\frac{Q_2+Q_3}{K_2}\right)+4\left(1+\frac{Q_2}{K_1}\right)=5+\frac{Q_2+Q_3}{K_2}+4\frac{Q_2}{K_1}=T_1(Q_1\to Q_2), \\
T_3 &= 1\left(1+\frac{Q_1+Q_3}{K_2}\right)+1\left(1+\frac{Q_3}{K_1}\right)+\left(1+\frac{Q_2+Q_3}{K_2}\right)=3+\frac{Q_1+Q_2+2Q_3}{K_2}+\frac{Q_3}{K_1}
\end{aligned}$$

(b) Es gilt $Q_i = qK_1w_i = 2qK_2w_i$. Einsetzen:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 5+2q(w_1+w_3)+4qw_1=5+6qw_1+2qw_3, \\
T_2 &= 5+2q(w_2+w_3)+4qw_2=5+6qw_2+2qw_3, \\
T_3 &= 3+2q(w_1+w_2+2w_3)+qw_3=3+2q+3qw_3.
\end{aligned}$$

Bei T_3 wurde zum Schluss die Bedingung $w_1+w_2+w_3=1$ genutzt.

(c) Symmetrie zwischen den Routen 1 und 2, $w_1 = w_2$ und zunächst keine Route 3 geöffnet: $w_3 = 0$. Damit ergibvt sich sowohl für das Nutzergleichgewicht (UE) als auch das Systemoptimum (SO) allein aus Symmetriegründen die Bedingung

$$w_1 = w_2 = 1/2.$$

(d) Nun ist die Brücke und damit Route 3 geöffnet. Wir haben

- Symmetrie: $w_1 = w_2$,
- Vollständigkeit: $w_1 + w_2 + w_3 = 1$.

Damit können alle Anteile durch w_3 ausgedrückt werden:

$$w_1 = w_2 = \frac{1-w_3}{2}.$$

Einsetzen in die Reisezeiten bei Teil (b) bzw. in die Zwischenlösungen der Aufgabenstellung:

$$\begin{aligned} T_1(w_3) = T_2(w_3) &= 5 + 3q(1 - w_3) + 2qw_3, \\ T_3(w_3) &= 3 + 2q + 3qw_3. \end{aligned}$$

Im **Nutzergleichgewicht (UE)** gilt

$$\text{UE:} \left\{ \begin{array}{ll} w_3 \in]0,1[\text{ AND } T_1 = T_2 = T_3 & \text{Fall I} \\ w_3 = 0 \text{ AND } T_1 = T_2 \leq T_3 & \text{Fall II} \\ w_3 = 1 \text{ AND } T_1 = T_2 \geq T_3 & \text{Fall III} \end{array} \right.$$

Wir nehmen zunächst den ersten Fall an und berechnen aus der Bedingung $w_1 = w_3$ den Routenanteil w_3:

$$\begin{aligned} 5 + 3q(1 - w_3) + 2qw_3 &= 3 + 2q + 3qw_3 \\ 2 + q &= 4qw_3 \\ w_3(q) &= \frac{2+q}{4q} \end{aligned}$$

Falls $w_3 \in]0,1[$, passt die Annahme, falls unter dieser Annahme $w_3 < 0$ gilt Fall II, falls $w_3 > 1$, Fall III. Fall II kann hier nie vorkommen, also

$$w_3^{\mathrm{UE}}(q) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & q < \frac{2}{3} \\ \frac{2+q}{4q} & q \geq \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

Das **Systemoptimum (SO)** berechnet sich am einfachsten mit der allgemeinen Relation für lineare CR-Funktionen $w_3^{\mathrm{SO}}(q) = w_3^{\mathrm{UE}}(2q)$:

$$w_3^{\mathrm{SO}}(q) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & q < \frac{1}{3} \\ \frac{1+q}{4q} & q \geq \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

(e) Für eine Nachfrage von 2 000 Fz/h ($q = 2$) gilt ohne Brücke, wie allgemein, $w_1 = w_2 = 1/2$. UE und SO und damit auch die Reisezeiten $T_i = T_2 = 5 + 12 * 1/2 = 11$.

Mit Brücke gilt für $q = 2$

$$w_3^{\mathrm{UE}}(2) = \frac{1}{2}, \quad w_3^{\mathrm{SO}}(2) = \frac{3}{8}.$$

Im UE gilt

$$T_1 = T_2 = T_3 = 7 + 6 * \frac{1}{2} = 10$$

und im SO

$$T_1^{\mathrm{SO}} = T_2^{\mathrm{SO}} = 11 - 2 * \frac{3}{8} = 10.25, \quad T_3^{\mathrm{SO}} = 7 + 6 * \frac{3}{8} = 9.25.$$

Da beide Zeiten kleiner als 11 Minuten sind, tritt kein Braess-Paradoxon auf (es würde für einen Bereich von Nachfragen q auftreten wenn, wie in den Vorlesungsfolien, die “dicken” Straßen eine unendliche Kapazität hätten).

Aufgabe 4 (35 Punkte)

Stated Choice, Alternativen Fernbus ($i = 1$), Auto ($i = 2$), Bahn ($i = 3$) und Flugzeug ($i = 4$), MNL mit den exogenen Variablen Reisezeit T_i, Kosten K_i und Standardabweichung der Reisezeit S_i:

$$\begin{aligned}
V_1 &= \beta_1 + \beta_4 T_1 + \beta_5 K_1 + \beta_6 S_1, \\
V_2 &= \beta_2 + \beta_4 T_2 + \beta_5 K_2 + \beta_6 S_2, \\
V_3 &= \beta_4 T_3 + \beta_5 K_3 + \beta_6 S_3, \\
V_4 &= \beta_3 + \beta_4 T_4 + \beta_5 K_4 + \beta_6 S_4.
\end{aligned}$$

(a) Stated Choice bedeutet Befragung hypothetischer Situationen mit hypothetischen Alternativen.

(b)
- Charakteristika, also von den Alternativen (und ggf auch vom Entscheider) abhängige Variablen: Zeiten T_i, Kosten K_i und Standardabweichungen S_i
- Sozioökonomische Variable: keine
- Alternativenspezifische Konstanten (ACs): δ_{i1}, δ_{i2} und δ_{i4}. Die Referenzalternative ohne AC ist $i = 3$.

(c) Alle Charakteristika sind generisch formuliert, da sie für alle Alternativen die gleichen Sensitivitäten β_4 (bzgl. Reisezeit), β_5 (bzgl. Kosten) bzw β_6 (bzgl. der Zuverlässigkeit bzw. Standardabweichung) haben.

(d) Alle Alternativen (Fernbus, Auto, Bahn, Flugzeug) sind geschützte Verkehrsmittel, bei denen man keine Muskelkraft braucht, sie sind zur Nutzung also ähnlich angenehm bzw. unangenehm, sodass gleiche Reisezeitsensitivitäten gerechtfertigt sind. [1]

(e) T_i ist als komplexe (Haustür-zu-Haustür) Reisezeit zu verstehen, schließt also alle Wartezeiten sowie Zugangs- und Abgangszeiten mit ein. Gibt es für eine Alternative i zum gewünschten Zeitpunkt an diesem Tag keine Verbindung mehr, muss eine zusätzliche Hotelübernachtung her. Entsprechend gibt es Zusatzanteile bei der komplexen Reisezeit T_i und der Übernachtungspreis wird zu K_i addiert.

(f) Referenz ist $i = 3$ (Bahn), da ihre Nutzenfunktion keine AC hat.
- Ad-Hoc Präferenz Fernbus gegenüber Bahn: $\beta_1 - 0 = \beta_1$,
- Fernbus gegenüber Auto: $\beta_1 - \beta_2$.

(g) Je höher die Reisezeit T_i, die Kosten K_i oder die Standardabweichung der Reisezeit S_i als Maß für die Unzuverlässigkeit, desto unattraktiver wird die Alternative, also wird $\beta_4 < 0$, $\beta_5 < 0$ und $\beta_6 < 0$ erwartet. Bei zeitkritischen Zielen wird die Unzuverlässigkeit stärker gewichtet, β_6 wird also noch negativer.

(h)
- Wenn alle Zeiten, Kosten und Zuverlässigkeiten für alle Alternativen gleich sind, heben sich in den Nutzenfunktionen die Faktoren mit β_4 bis β_6 weg (gilt nur bei generischer Formulierung!), da es nur auf Nutzendifferenzen $V_i - V_j$ ankommt. Die Aufteilung wird also nur von den ACs bestimmt. Wir haben

$$N = e^{\beta_1} + e^{\beta_2} + 1 + e^{\beta_3} = 2.13$$

[1] Allerdings könnte man dem Auto eine eigene Zeitsensitivität verpassen, da man, zumindest als Fahrer, im Gegensatz zu den anderen Modi, im Auto nicht lesen/arbeiten/entspannen kann. Auch diese Aussage gibt mit entsprechender Begründung volle Punktzahl.

und damit

$$P_1 = \frac{e^{\beta_1}}{N} = 0.285, \quad P_2 = \frac{e^{\beta_2}}{N} = 0.141, \quad P_3 = \frac{1}{N} = 0.469, \quad P_4 = \frac{e^{\beta_4}}{N} = 0.105.$$

– Impliziter Zeitwert value of time (VoT) [Euro/min] aus $\Delta V = \beta_4 \Delta T = \beta 5 \Delta K$, also

$$\text{VoT} = \frac{\Delta K}{\Delta T} = \frac{\beta_4}{\beta_5} = 0.167\,\text{Euro/min} = 10\,\text{Eur/h}.$$

(i) – H_{01}: Reisezeitsensitivität $\beta_4 > \beta_{40} = -0.02$:

  * Test-Statistik $T = (\hat{\beta}_4 - \beta_{40})/\sigma_4 \sim N(0,1)$ unter H_{01}^*, also $\beta_4 = \beta_{40}$ (im hier ausschließlich betrachteten "asymptotischen" Fall vieler Beobachtungen),
  * Datenwert $t_{\text{data}} = -2$
  * Entscheidung: H_{01} abgelehnt, falls $t_{\text{data}} < -z_{0.95} = -1.69$. Dies ist hier der Fall.

– H_{02}: Unzuverlässigkeit β_6 der Reisezeit höchstens doppelt so hoch bewertet wie die Reisezeit selbst, $\beta_6/\beta_4 < 2$:

  * Test-Statistik: Wir führen eine neue Variable ein, die direkt auf Ungleichheit getestet werden kann:

$$\begin{aligned} \beta_6/\beta_4 &< 2, \\ \beta_6 &> 2\beta_4, \\ \gamma = \beta_6 - 2\beta_4 &> 0. \end{aligned}$$

(Beachten Sie in der zweiten Zeile die Umkehrung des Ungleichheitsoperators, da beide Seiten mit $\beta_4 < 0$ multipliziert wurden!) Damit

$$T = (\hat{\gamma} - 0)/\sqrt{V(\gamma)} \sim N(0,1) \text{ unter } H_{02}^* : \gamma = 0.$$

  * Datenwert: Dazu benötigen wir die Varianz von γ:

$$V(\hat{\gamma}) = V(\hat{\beta}_6) + 4V(\hat{\beta}_4) - 4\text{Cov}(\hat{\beta}_4, \hat{\beta}_6) = V(\hat{\beta}_6) + 4V(\hat{\beta}_4) - 4r_{46}\sqrt{V(\hat{\beta}_4)V(\hat{\beta}_6)} = 0.00094.$$

Und mit $\hat{\gamma} = -0.04$

$$t = \frac{-0.04}{\sqrt{0.00094}} = -1.30.$$

  * Entscheidung: H_{02} abgelehnt, falls $t < -z_{0.95} = -1.69$. Dies ist hier *nicht* der Fall, man kann also bezüglich H_{02} keine Aussage machen (insbesondere kann man H_{02} nicht bestätigen!)