Klausur zur Vorlesung Verkehrsökonometrie für den Bachelor-Studiengang, SS 2017
Lösungsvorschlag

Insgesamt 120 Punkte

Aufgabe 1 (20 Punkte)

(a,b) Zusammen als Tabelle:

Modell	exogene Var	endogene Var	Parameter	Linearität	det/stoch
Modell 1	x	n	β_1, β_2	linear	deterministisch
Modell 2	x	K	β_3, β_4	linear	deterministisch
Modell 3	K	P_{E}	β_5, β_6	nichtlinear	deterministisch
Modell 4	n, P_{E}	y	–	nichtlinear	deterministisch

(c) das Gesamtmodell $y(x)$ ist nichtlinear, da das Teilmodell 4 mit derselben endogenen Variable sowie das verkettete Modell 3 nichtlinear sind.

(d)
- β_1: Verkaufte Autos im Jahr 2010
- β_2: Anstiegsrate der Autoverkäufe pro Jahr
- β_3: Faktor, um welchen ein E-Auto im Jahr 2010 teurer war als ein vergleichbares konventionelles Auto
- β_4: Änderungsrate dieses Faktors pro Jahr
- β_5: Kostensensitivität (wenn als Logitmodell interpretiert, gleich der negativen Änderung des deterministischen Nutzens in Nutzeneinheiten pro Anstieg des Kostenfaktors um 1; aber "Kostensensitivität" reicht als Antwort)
- β_6: Kostenfaktor des E-Autos, bei dem gleich viele E- wie Verbrennungsmotor-Autos gekauft werden würden

(e) Verkettung bedeutet, dass endogene Variablen des ersten Modells (Output) als exogene Variable (Input) des nachgelagerten Modells verwendet werden. Hier sind die Modelle 2-3-4 sowie 1-4 verkettet.

Hinweise

(b) Modell 4: Auch das Produkt zweier exogenen Variablen führt zur Nichtlinearität!

(c) oft fehlte die Begründung!

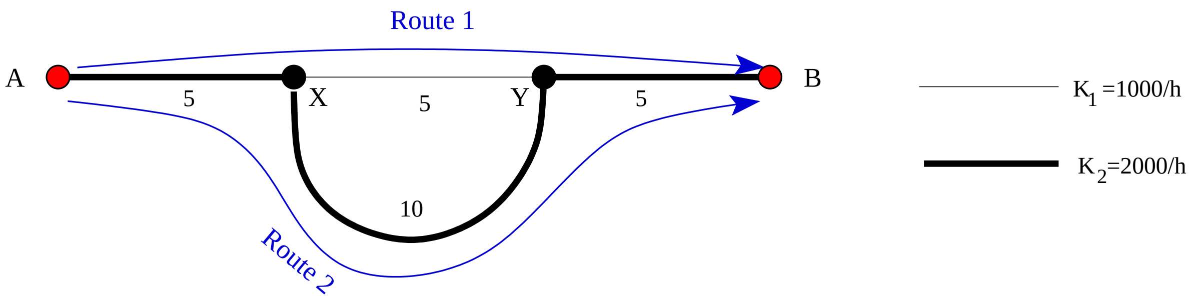
(d) generell: Das Wort "Sensitivität" ist kein Allheilmittel zur Erklŕung der Parameter. Prinzipiell ist es nur sinnvoll als Vorfaktor einer stetigen exogenen Variable, nicht, wenn es sich um einen Achsabschnitt (Regressionsmodelle) bzw. alternativenspez. Konstante (diskrete Wahlmodelle) handelt und auch nicht bei dichotomen oder nominalskalierten Variablen

(d) "Schätzer" allein reicht als Erklärung nicht aus: zu unspezifisch

(e) generell, wie schon oft gesagt: einen Sachverhalt, wann immer möglich, am konkreten Beispiel erklären, nicht allgemeine Definitionen aus dem Skript abschreiben! (speziell, wenn dies, wie hier, sogar in der Aufgabenstellung erwähnt ist)

Aufgabe 2 (35 Punkte)

Das Fahrtenmatrixelement $F_{\text{AB}} = qK_1$ soll auf das folgende Netzwerk umgelegt werden (die kleinen Zahlen an jeder Kante geben die minimalen Reisezeiten in Minuten an):



(a) lineare CR-Funktion:

$$T_l = T_{l0}\left(1 + \frac{Q_l}{K_l}\right)$$

mit T_{l0} (in Minuten) gleich den kleinen Zahlen an den Kanten und $K_l = K_1$ (kleine Straße) bzw. $= K_2 = 2K_1$ (große Straßen). Die Link-Belastungen sind $Q_l = qK_1$ auf den Kanten AX und YB, $Q_l = w_1 qK_1$ (Verbindung XY über die kleine Straße) und $Q_l = (1 - w_1)qK_1$ (Verbindung XY über die große Umfahrung. Damit

$$\begin{aligned}
T_1 &= 2 * 5 * \left(1 + \frac{qK_1}{2K_1}\right) + 5\left(1 + \frac{w_1 qK_1}{K_1}\right) \\
&= 10(1 + q/2) + 5(1 + w_1 q) = 15 + 5q(1 + w_1), \\
T_2 &= 2 * 5 * \left(1 + \frac{qK_1}{2K_1}\right) + 10\left(1 + \frac{(1 - w_1)qK_1}{2K_1}\right) \\
&= 10(1 + q/2) + 10(1 + (1 - w_1)q/2) = 20 + 5q(2 - w_1).
\end{aligned}$$

(b) Nutzergleichgewicht (user equilibrium, UE):

$$\begin{aligned}
T_1 &= T_2 \\
15 + q(5 + 5w_1) &= 20 + q(10 - 5w_1) \\
5(q + qw_1) &= 5(1 + 2q - qw_1) \\
2w_1 &= (1 + q)/q
\end{aligned}$$

Da immer $w_1 \in [0, 1]$ gelten muss, ergibt sich schließlich

$$w_1^{\text{UE}}(q) = \min\left(1, \frac{1 + q}{2q}\right).$$

Systemoptimum (SO) am besten mit der Relation $w_i^{\text{SO}}(q) = w_1^{\text{UE}}(2q)$, also

$$w_1^{\text{SO}}(q) = \min\left(1, \frac{1 + 2q}{4q}\right).$$

(c) Reisezeiten im SO für $q = 1$, also $w_1^{\text{SO}} = 3/4$ in Minuten:

$$\begin{aligned}
T_1^{\text{SO}} &= 20 + 5w_1^{\text{SO}} = 23.75, \\
T_2^{\text{SO}} &= 30 - 5w_1^{\text{SO}} = 26.25
\end{aligned}$$

Der Zeitverlust von $\Delta T = 2.5$ Minuten auf Route 2 muss durch eine Bemautung M auf Route 1 mit dem entsprechenden Geldäquivalent kompensiert werden. Dieser berechnet sich aus dem Zeitwert $\alpha = 12\,\text{Euro/h} = 0.2\,\text{Euro/Minute}$:

$$M = \alpha \Delta T = 0.5\,\text{Euro}.$$

(d) Zunächst einmal gilt für den gesamten Anteil der Fahrer, welche Route 1 benutzen:

$$w_1 = 0.5 * 1 + 0.5 * 0.5 = 0.75$$

Bezüglich der Zeit herrscht also Systemoptimum. Herrscht aber auch für beide Verkehrsklassen getrennt Nutzergleichgewicht bezüglich Zeit und Geld?

- Freizeitverkehr: Hier gelten folgende Zeitäquivalente T_i^*:

$$T_1^* = T_1 + M/\alpha_{\text{Freizeit}} = T_2^* = T_2 = 26.25\,\text{Minuten},$$

  das UE ist also als Gleichung erfüllt und beide Routen werden befahren.

- Berufsverkehr: Hier gelten die Zeitäquivalente

$$T_1^* = T_1 + M/\alpha_{\text{Beruf}} = 25\,\text{Minuten}, \quad T_2^* = T_2 = 26.25\,\text{Minuten}.$$

  Hier ist das UE ebenfalls erfüllt, und zwar als Ungleichung. Dementsprechend wird, in Übereinstimmung mit der Aufgabenstellung, die längere Route 2 nicht befahren.

Also sind beide Gruppen im UE.

(e) Wieder gilt $w_1^{\text{SO}} = 3/4$. Das entspricht für alle Nutzergruppen dem UE, falls für 3/4 der Nutzer $T_1^* \le T_2^* = T_2$ ist, für die 1/4 der Nutzer mit den niedrigsten Zeitwerten hingegen die Maut gefühlt so teuer ist, dass $T_1^* > T_2^* = T_2$ gilt. Die Maut richtet sich nach dem "Grenznutzer", dessen Zeitwert dem 25. Perzentil entspricht und welcher gleichzeitig der einzige ist, für den das UE als Gleichung gilt:

$$T_1^* = T_1 + M/\alpha_{0.25} = T_2$$

oder

$$M = (T_2 - T_1)\alpha_{0.25} = 2.5\,\text{Minuten}\, F^{-1}(0.25)$$

oder für allgemeine Nachfragen $F_{\text{AB}} = qK_1$

$$M(q) = \left(T_2^{\text{SO}}(q) - T_1^{\text{SO}}(q)\right)\, F^{-1}\left(1 - w_1^{\text{SO}}(q)\right)$$

Hinweis: Jede einigermaßen plausible Argumentation ergibt volle Punktzahl

Hinweise

(b) Falls Sie schon das Nutzergleichgewicht (UE) allgemein als Funktion der Nachfrage ausgerechnet haben (egal ob skaliert, $q = Q_{\text{AB}}/K$ oder unskaliert, Q_{AB}), nutzen Sie zur Berechnung der Anteilswerte w_i im Systemoptimum (SO) die für die BPR-CR-Funktionen gültige Beziehung

$$w_i^{\text{SO}}(q) = w_i^{\text{UE}}((1+\gamma)q)$$

insbesondere für lineare CR-Funktionen (Exponent $\gamma = 1$) die Beziehung $w_i^{\text{SO}}(q) = w_i^{\text{UE}}(2q)$

(b) bei allen Anteilswerten die Fallunterscheidungen nicht vergessen, falls bei Annahme der Zeitgleichheit Anteilswerte > 1 oder < 0 herauskommen

(b) vereinfachen Sie, $(5 + 5q)/(10q) = (1 + q)/(2q)$, und nutzen Sie die Summenbedingung $\sum_i w_i = 1$ (hier $w_1 + w_2 = 1$), um einen Anteilswert (hier w_2) zu eliminieren.

Aufgabe 3 (45 Punkte)

Nutzenfunktion von Fernbusalternativen i bei einer Reise zwischen zwei Städten:

$$V_i = \beta_1 T_i + \beta_2 K_i + \beta_3 I_i + \beta_4 R_i$$

(a) Es handelt sich um eine Stated Choice Erhebung, da in der Aufgabenstellung was von hypothetischen Situationen, also keine realen Entscheidungen, steht.

(b) Die Verfügbarkeitsvariable I ist eine Dummy-Variable mit den Werten $I = 1$ (Internet vorhanden) und $I = 0$ (kein Internet.[1]

(c)
- β_1: Zeitsensitivität in NE/Minuten (< 0),
- β_2: Geldsensitivität in NE/Euro (< 0),
- β_3: Nutzen einer Internetverbindung in NE (> 0),
- β_4: Entfernungssensitivität der Zugänge in NE/km (< 0).

(d) Es wird keine alternativenspezifische Konstante angesetzt, da die beiden Verkehrsangebote gleichartig sind (beides sind Fernbusse)[2]

(e) Man hätte nun

$$V_i = \beta_{11} T_1 \delta_{i1} + \beta_{12} T_2 \delta_{i2} + \beta_{21} K_1 \delta_{i1} + \beta_{22} K_2 \delta_{i2} + \beta_3 I_i + \beta_4 R_i.$$

Wegen der Gleichartigkeit der Angebote ist beides nicht sinnvoll (eine alternativenspezifische Geldbewertung ist sogar in den seltensten Fällen sinnvoll, da Verluste im Geldbeutel subjektiv immer gleich "schmerzen")

(f) Logit-Modell mit

$$\hat{\beta}_1 = -0.05\,/\text{min}, \quad \hat{\beta}_2 = -0.3\,/\text{Euro}, \quad \hat{\beta}_3 = 1, \quad \hat{\beta}_4 = -0.1\,/\text{km}.$$

- Impliziten Zeitwert in Euro pro Stunde: $\alpha = \beta_1/\beta_2 = 1/6\,\text{Euro/Min} = 10\,\text{Euro/h}$
- Wert einer Internetverbindung in Minuten: $-\beta_3/\beta_1 = 20\,\text{Minuten}$
- Wert einer Internetverbindung in Euro: $-\alpha\beta_3/\beta_1 = -\beta_3/\beta_2 = 3.33\,\text{Eur}$
- Implizite Gescwindigkeit: $\beta_1/\beta_4 = 0.5\,\text{km/min} = 30\,\text{km/h}$

(g) Es gilt

$$T_1 = 80\,\text{min}, \quad K_1 = 15\,\text{Euro}, \quad I_1 = 0, \quad R_1 = 1\,\text{km},$$
$$T_2 = 100\,\text{min}, \quad K_2 = 10\,\text{Euro}, \quad I_2 = 1, \quad R_2 = 20\,\text{km}.$$

Damit

$$V_1 = -8.6, \quad V_2 = -9.0$$

und

$$P_1^{\text{Logit}} = e^{V_1}/(e^{V_1} + e^{V_2}) = 0.599, \quad P_2 = 1 - P_1 = 0.401.$$

[1] Man kann die binären Ausprägungen natürlich auch anders herum codieren, solange man konsistent bei einer Definition bleibt. Der zugehörige β_3-Schätzer ändert dann das Vorzeichen.

[2] Selbst, wenn man z.B. lieber mit "Flixbus" als mit anderen Fernbussen fahren würde, gäbe das die Aufgabenstellung nicht her, da keine Namen oder weitere Angaben gegeben sind. *Systematische* Verschiebungen, die durch ACs modelliert werden, sind also nicht möglich.

(h) Im Probit-Modell sind die Parameterwerte tendenziell um den Faktor $\sqrt{6}/\pi$ geringer, da die Standardabweichung des Zufallsnutzens des Probitmodells =1, die des Logitmodells $= \pi/\sqrt{6}$ beträgt. Also

$$\beta_1^{\mathrm{Pr}} = -0.03898, \quad \beta_2^{\mathrm{Pr}} = -0.2339, \quad \beta_3^{\mathrm{Pr}} = 0.7797, \quad \beta_4^{\mathrm{Pr}} = -0.07797.$$

bzw. gleich direkt

$$V_1^{\mathrm{Pr}} = -6.705, \quad V_2^{\mathrm{Pr}} = -7.017$$

und damit (Ablesen $\Phi(z)$ mit $z = 0.22$ aus der mitgelieferten Tabelle der Standardnormalverteilung):

$$P_1 = \Phi\left(\frac{V_1^{\mathrm{Pr}} - V_2^{\mathrm{Pr}}}{\sqrt{2}}\right) = \Phi(0.22) = 0.587$$

Die Probit-Wahrscheinlichkeit ist nahezu gleich der Logit-Wahrscheinlichkeit und die Zeitwerte sind identisch, da sich bei den Quotienten die gemeinsamen Multiplikatoren der Parameter wegkürzen.

(i) Nutzen einer In-Bus Internetverbindung: Faktor $\beta_3' I_i T_i$ statt $\beta_3 I_i$ wobei β_3' nun den Vorteil des Internets in NE/Minuten angibt.

Hinweise

(b) Siehe Hinweise zu Aufgabe 1(b): "Sensitivität" passt nicht immer ...

(e) werden alternativenabhängige Variable alternativenspezifisch formuliert, muss man für jede Alternative eine eigene Sensitivität einführen, z.B. hier für die Reisezeitbewertung $\beta_{11} T_1 \delta_{i1} + \beta_{12} T_2 \delta_{i2}$. Würde man nur $\beta_{11} T_1 \delta_{i1}$ ansetzen, hängt die Nutzendifferenz gar nicht von der Alternative 2 ab, die aber zweifellos einen Einfluss auf die Entscheidung hat. Dies ist im Gegensatz zu nicht alternativenabhängigen Variablen wie ACs oder sozioökonomischen Variablen (die man gar nicht generisch formulieren kann): Dann fällt immer eine Alternative als Referenzalternative weg

(f) bei Zeit- und Geldbewertungen auf den richtigen Quotienten achten! Im Zweifel helfen als Eselsbrücke die Einheiten: Will man einen Zeitwert in Euro/Minuten, so nimmt man die Kombination der β's, welche diese Einheit liefert: Hier hat β_1 die Einheit NE/min und β_2 die Einheit NE/Euro, also gilt ($[x]$ steht fuer die Einheit von x):

$$\left[\frac{\beta_1}{\beta_2}\right] = \frac{\mathrm{NE/min}}{\mathrm{NE/Euro}} = \mathrm{Euro/min}$$

also ist β_1/β_2 (und nicht β_2/β_1) der "richtige" Quotient.

Aufgabe 4 (20 Punkte)

In einer Masterarbeit soll der auf Arbeitswegen realisierte Modal-Split mittels einer auf sozialen Medien veröffentlichten Internet-Umfrage abgeschätzt werden. Neben der eigentlich interessierenden Größe (das gewählte Verkehrsmittel) wird auch das Alter der Befragten innerhalb zweier Altersklassen erhoben (AK1: < 35 Jahre, AK2: ≥ 35 Jahre) und außerdem, ob die Befragten Studenten sind oder nicht.

(a) Wenn die Erhebung über die sozialen Kanäle des Studenten veröffentlicht wird, ergibt sich bei den Respondenten eine starke Verzerrung bezüglich jungen Personen und Studenten. Da aber der Modal Split stark vom Alter und vor allem von der Student-Eigenschaft abhängt, erhält man eine starke Verzerrung.

(b) ÖV-Anteil in der Stichprobe:

$$n = 200, \quad x_{\text{ÖV}} = \frac{91 + 16 + 2 + 9}{n} = 118/200 = 59\,\%$$

(c) Die erhobenen sozioökonomischen Merkmale sind geeignete Schichtungsmerkmale da sie

(i) in der Grundgesamtheit bekannt sind,

(ii) einen starken erwarteten Einfluss auf den Untersuchungsgegenstand (Modal Split, insbesondere ÖV-Anteil) haben.

(d) In der betrachteten Grundgesamtheit gibt es 16 % Studenten, darunter 82 % jünger als 30 Jahre, während nur 36 % der Nichtstudenten jünger als 30 Jahre sind. Ermitteln Sie den entzerrenden Schätzer des wahren ÖV-Anteils.

Anteilswerte in der Grundgesamtheit (erster Index=AK, zweiter=Student-Eigenschaft):

$$\theta_{11} = 0.4{*}0.25 = 0.10, \quad \theta_{12} = 0.4{*}0.75 = 0.30, \quad \theta_{21} = 0.6{*}0.05 = 0.03, \quad \theta_{22} = 0.6{*}0.95 = 0.57.$$

Anteilswerte in der Stichprobe:

$$f_{11} = 134/200 = 0.67, \quad f_{12} = 30/200 = 0.15, \quad f_{21} = 4/200 = 0.02, \quad f_{22} = 32/200 = 0.16.$$

Damit die Entzerrungsfaktoren

$$E_{11} = \frac{\theta_{11}}{f_{11}} = 0.149, \quad E_{12} = \frac{\theta_{12}}{f_{12}} = 2.000, \quad E_{21} = \frac{\theta_{21}}{f_{21}} = 1.500, \quad E_{22} = \frac{\theta_{22}}{f_{22}} = 3.563.$$

und der entzerrte geschätzte ÖV-Anteil in der Grundgesamtheit:

$$x^{\text{E}}_{\text{ÖV}} = \sum_k E_k f_k x_k = \sum_k \theta_k x_k = 40.3\,\%.$$

Hierbei geht $\sum_k$ über die Schichtkombinationen 11,12,21 und 22 und x_k bedeuten die ÖV-Anteile in den einzelnen Schichten der Stichprobe, also $x_{11} = 90/134$ usw. Ohne ENtzerrung würde man also den ÖV-Anteil stark überschätzen!

Hinweise

(d) Bei der Berechnung des entzerrten Schätzers muss man natürlich mit der Gruppengröße der jeweiligen Schicht gewichten! also $\hat{\mu} = \sum_k f_k E_k \hat{\mu}_k$ und nicht $\hat{\mu} = \sum_k E_k \hat{\mu}_k$. Die bei letzterem Ausdruck resultierenden Anteilswerte > 1 sollten einen schon stutzig machen ...