Klausur zur Vorlesung Verkehrsökonometrie für Bachelors, SS 2016

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (50 Punkte)

Die Stated-Choice-Umfrage zu Carsharing:

Grundpreis [€/Monat]	Kilometer-preis [€]	Stunden-preis [€]	Entfernung des nächsten Autos [km]	y_1: Wahl Car-Sharing	y_2: kein Car-Sharing
20	0.2	0	1	4	12
0	0.2	1.5	1	5	11
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(a) Stated-Choice (SC), da hypothetische Situationen. Bei zwei Alternativen ist SC identisch zu Stated Preference (SP), da dann durch die Wahl (Choice) automatisch eine Rangfolge (Preferences) festgelegt ist: erster: gewählt; zweiter (und letzter): nicht gewählt.

(b) Das Choice Set ist die Alternativenmenge samt aller Attribute, also hier die beiden Alternativen "Carsharing" und "kein Carsharing" und die zur ersten Alternative gehörigen Attribute Grundpreis, Kilometerpreis, Stundenpreis und Entfernung des nächsten Autos (die zweite Alternative hat hier keine Attribute).

(c)
- Generische Variablen: G,X,T,E
- sozioökonomische Variablen: keine
- alternativenspezifische Konstante: Der Selektor δ_{i2}, welcher Alternative $i = 2$ auswählt, mit zugehörigem Parameter β_0
- Referenzalternative: Alternative 1 (Car-Sharing).

(d) β_1: Sensitivität bezüglich des Grundpreises. Je weniger, desto besser, also $\beta_1 < 0$ erwartet

β_2: Sensitivität bezüglich des Kilometerpreises. Je weniger, desto besser, also $\beta_2 < 0$

β_3: Sensitivität bezüglich des Stundenpreises. Je weniger, desto besser, also $\beta_3 < 0$

β_4: Sensitivität bezüglich der Fahrzeugentfernung. Je näher, desto besser, also $\beta_4 < 0$.

β_0: Bevorzugung der Alternative 2: "Kein Carsharing" gegenüber der Alternative "Carsharing", falls Carsharing nichts kostet und das Auto an der Haustür steht. Dann ist aber Carsharing attraktiver, als es nicht zu nutzen, also $\beta_0 < 0$.

Zu β_0 gehörige Merkmalsummen, welche beim modellierten Erwartungswert des geschätzten Modells gleich der Beobachtung sein sollte: Zahl der Entscheidungen für Alternative 2, also gegen Carsharing.

(e) ein Parameter β des Diskreten Wahlmodells ist (im immer vorausgesetzten asymptotischen Grenzfall, bei dem die Testverteilung einer Standardnormalverteilung gehorcht) signifikant von null verschieden, falls

$$|z| = \left| \frac{\hat{\beta} - 0}{\sqrt{V(\beta)}} \right| > z_{1-\alpha/2}$$

wobei z_q die Inverse (Quantilsfunktion) der Standardnormalverteilung bezeichnet, $\alpha = 5\,\%$ das Signifikanzniveau darstellt und (siehe Tabelle) $z_{1-\alpha/2} = z_{0.975} = 1.96$. Also für β_1 und β_2 (nur für diese war ein Test auf Signifikanz verlangt!):

β_1 : $|z_1| = 10/6 = 1.667 < 1.96$, also nicht signifikant,

β_2 : $|z_2| = 2 > 1.96$, also signifikant.

Der p-Wert ist die Grenz-Fehlerwahrscheinlichkeit, bei welcher der Parameter gerade noch signifikant ist. Laut Tabelle gilt:

β_1 : $|z_1| = 1.667 \approx 1.645 = z_{0.95} \stackrel{!}{=} z_{1-p/2}$, also $p_1 = 10\,\%$.

β_2 : $|z_2| = 2 \approx 1.960 = z_{0.975} \stackrel{!}{=} z_{1-p/2}$, also $p_1 = 5\,\%$. Letzteres wird auch direkt aus dem Test auf Signifikanz bei $\alpha = 5\,\%$ klar, der "gerade noch so" geschafft wird.

(f) Die Unschärfe entspricht einer Nutzeneinheit. Die Unschärfe ΔX des Kilometerpreises ist also durch die Bedingung

$$|\beta_2|\Delta X \stackrel{!}{=} 1 \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{1}{|\beta_2|} = 0.25\,\text{Euro/km}$$

Verrechnet man die Kilometerpreis-Sensitivität β_2 mit der Stundenpreis-Sensitivität β_3,

$$|\Delta V| = |\beta_2|\Delta x = |\beta_3|\Delta T$$

erhält man durch den Quotienten eine Entfernungs-Zeit-Relation, also die implizite Geschwindigkeit:

$$\frac{|\beta_2|}{|\beta_3}| = \frac{4\,\text{NE/(Euro/km)}}{0.25\,\text{NE/(Euro/h)}} = 16\,\text{km/h}.$$

Man beachte, dass bei den Einheit von β_2 und β_3 die Kilometer bzw. Stunden im *Zähler* stehen, deshalb ist der Quotient β_2/β_3 und nicht umgekehrt.

(g) Choice Set 1:

$$\begin{aligned} V_1 &= 20\beta_1 + 0.2\beta_2 + \beta_4 = -10.07, \\ V_2 &= -9, \\ P_1 &= \frac{1}{1+\exp(V_2 - V_1)} = 0.255 \end{aligned}$$

Dies entspricht einer erwarteten Befürworter-Häufigkeit von $nP_1 = (y_1 + y_2)P_1 = 16P_1 = 4.09$.

(h) Der Term $\beta_5 LX$ bei V_1 verstärkt die Sensitivität auf Kilometerkosten bei großem erwarteten Transportbedarf L, macht diese also negativer, daher $\beta_5 < 0$.

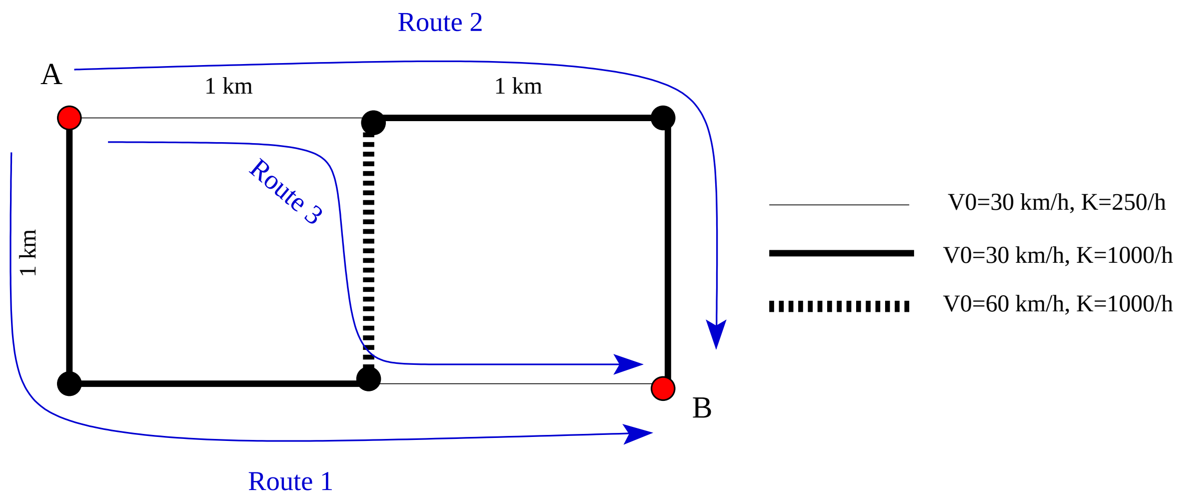
Bemerkung: Die efektive Kilometerpreis-Sensitivität ist dann $\beta_2 + \beta_5 L$.

Der Term $\beta_6 L$ bei V_2 gibt an, wie sehr sich die generelle Präferenz zur Nicht-Carsharing-Option mit steigendem Beförderungsbedarf ändert. Da Personen mit hohem Beförderungsbedarf eher ein eigenes Auto bevorzugen (gehört zu Alternative 2), wird $\beta_6 > 0$ erwartet.

Bemerkung Auch die anderen Parameter ändern sich i.A. z.B. wird ein weniger negatives β_2 erwartet, da dies nun die Kilometerpreis-Sensitivität bei Beförderungsbedarf gegen null angibt, wo einem der Kilometerpreis eher egal ist. Analoges gilt für β_0.

Aufgabe 2 (50 Punkte)

Das Netzwerk der Aufgabenstellung mit den drei Routen zur Umlegung der Nachfrage Q_{AB} von A nach B:



(a) Zeit in Minuten für die drei Routen in Minuten in Abhängigkeit der Routen-Nachfragen Q_1, Q_2 und Q_3 (beachten Sie, dass $1\,\text{km}/30\,\text{km/h} = 1/30\,\text{h} = 2\,\text{min}$):

$$\begin{aligned}
T_1 &= 4\left(1+\frac{Q_1}{1\,000\,\text{Fz/h}}\right)+2\left(1+\frac{Q_1+Q_3}{250\,\text{Fz/h}}\right),\\
T_2 &= 4\left(1+\frac{Q_2}{1\,000\,\text{Fz/h}}\right)+2\left(1+\frac{Q_2+Q_3}{250\,\text{Fz/h}}\right)=T_1(Q_1\to Q_2),\\
T_3 &= 2\left(1+\frac{Q_1+Q_3}{250\,\text{Fz/h}}\right)+2\left(1+\frac{Q_2+Q_3}{250\,\text{Fz/h}}\right)+1\left(1+\frac{Q_3}{1\,000\,\text{Fz/h}}\right)
\end{aligned}$$

(b) Es sei nun die relative Nachfrage durch $q = Q_{\text{AB}}/1\,000\,\text{Fz/h}$ gegeben, ferner werden die Routennachfragen durch $Q_i = qw_i * 1\,000\,\text{Fz/h}$, $i = 1, 2, 3$, mit den Routenanteilen w_i formuliert. Dann wird aus den Zeiten von (a) nach Zusammenfassung:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 4(1+qw_1)+2(1+4q(w_1+w_3)) = 6+q(12w_1+8w_3),\\
T_2 &= T_1(Q_1\to Q_2) = 6+q(12w_2+8w_3),\\
T_3 &= 2(2+4q(w_1+w_2+2w_3)+1+qw_3 = 5+q(8w_1+8w_2+17w_3) = 5+q(8+9w_3)
\end{aligned}$$

Hierbei wurde im letzten Schritt $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ ausgenutzt.

(c) Das abgebildete Netzwerk ist punktsymmetrisch, das gilt auch für die Nachfrage, wenn man A und B vertauscht. Damit gilt für Gleichgewichte sowie Optima $Q_1 = Q_2$ bzw. $w_1 = w_2$. Zusammen mit der Bedingung $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ (über genau eine der drei Routen muss die Nachfrage von A nach B fließen) hat man zwei Gleichungen für die Anteile w_i, welche sich nach w_3 gemäß $w_1 = w_2 = (1 - w_3)/2$ auflösen lassen.

(d) Aufgrund der obigen Symmetrie sowie $w_1 = w_2$ gilt sowohl im Nutzergleichgewicht (UE) also auch im Systemoptimum (SO) $T_1 = T_2$. Im UE gilt ferner nach Wardrop: $T_1 = T_3$ falls alle Routen benutzt werden ($0 < w_1, w_3 < 1$), sowie $T_1 > T_3$ falls Route 1 (und 2) unbenutzt sind ($w_1 = 0$ bzw. $w_3 = 1$) sowie $T_1 < T_3$, falls Route 3 unbenutzt ($w_3 = 0$). Zur

Herleitung des UE nehmen wir zunächst $0 < w_1, w_3 < 1$, also $T_1 = T_3$ an und betachten die Fälle, in denen dies auf $w_3 < 0$ bzw. $w_3 > 1$ führt, separat.

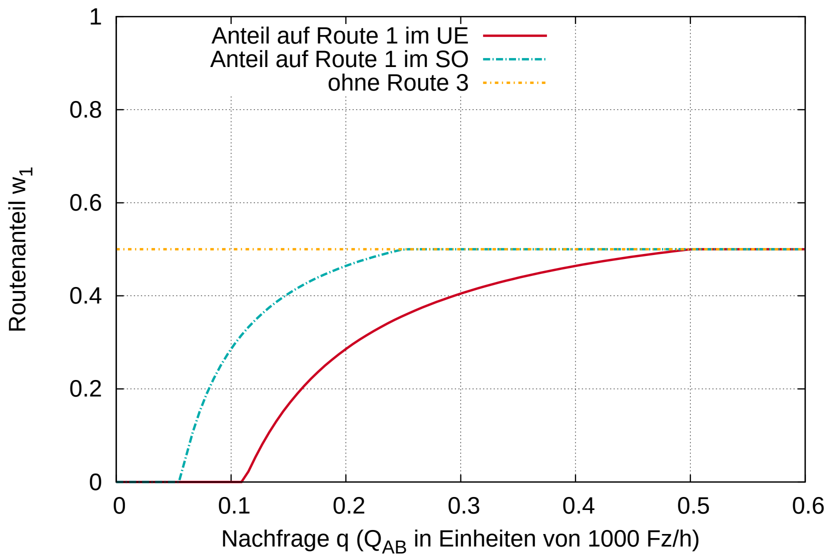
Die Bedingung $T_1 = T_3$ mit den Ausdrücken der Aufgabenstellung liefert direkt

$$w_3 = \frac{1 - 2q}{7q}$$

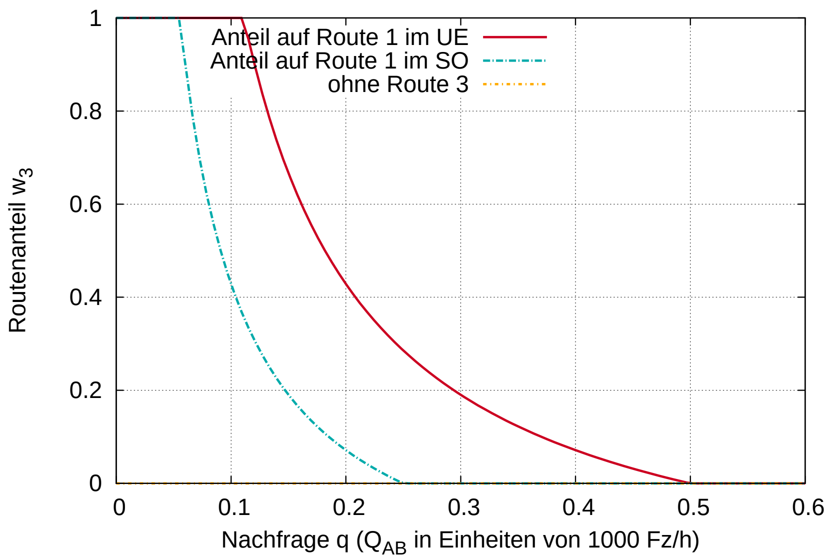
Dies ist größer 1 für $q < 1/9$ und kleiner null für $q > 1/2$. Damit

$$w_3^{\mathrm{UE}}(q) = \begin{cases} 1 & q < 1/9 \\ 0 & q > 1/2 \\ \frac{1-2q}{7q} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Skizze (nur zur Anschauung, nicht verlangt):



Alternativ Skizze für $w_3 = 2(1 - w_1)$ (nur zur Anschauung, nicht verlangt):



(e) Nach der Aufgabenstellung bei Teil (d) gilt für $q = 0.2$ und $w_3 = 3/7$:

$$\begin{aligned} T_1 &= 6 + \frac{6 + 6/7}{5} = 7.371, \\ T_3 &= 5 + \frac{8 + 27/7}{5} = 7.371 \end{aligned}$$

Es gilt also $T_1 = T_3$ bei w_1, w_2 und $w_3 \in]0, 1[$, also nach Wardrop I Nutzergleichgewicht. Ohne Route 3 gilt aufgrund der Symmetrie im UE $w_1 = w_2 = 1/2$ und damit

$$T_1 = T_2 = 6 + \frac{6}{5} = 7.2$$

Bei Sperrung der Route 3 bzw. der nur von Route 3 benutzten gepunkteten Verbindung verkürzen sich im UE also die Reisezeiten auf *allen* verbleibenden Routen, also den Routen 1 und 2. Diesen scheinbaren Widerspruch "weniger Infrastruktur ergibt trotz gleicher Nachfrage weniger Staus" nennt man auch das Braess'sche-Paradoxon. Es wird dadurch verursacht, dass die Route 3 einerseits sehr attraktiv ist, da sie die geringste Minimalreisezeit (5 statt 6 Minuten) aufweist, sie aber andererseits doppelt so viele Straßen mit geringer Kapazität benutzt, wie die anderen beiden Routen. Dadurch gelangt mehr Verkehr auf Straßen geringer Kapazität, was zu vermehrter Staubildung führt.

(f) Das Systemoptimum kann man einerseits durch Minimierung der routengemittelten Reisezeit

$$\bar{T} = w_1 T_1 + w_2 T_2 + w_3 T_3 = (1 - w_3) T_1(q, w_3) + w_3 T_3(q, w_3)$$

bezüglich des Routenanteils w_3 ermitteln, oder indem man die für lineare BPR-CR-Funktionen wie die der Aufgabenstellung gültige Beziehung $w_i^{\mathrm{SO}}(q) = w_i^{\mathrm{UE}}(2q)$ anwendet. Letzteres ergibt direkt

$$w_3^{\mathrm{SO}}(q) = \begin{cases} 1 & q < 1/18 \\ 0 & q > 1/4 \\ \frac{1-4q}{14q} & \text{sonst.} \end{cases}$$

und damit für $Q_{\mathrm{AB}} = 200\,\mathrm{Fz/h}$ bzw. $q = 0.2$:

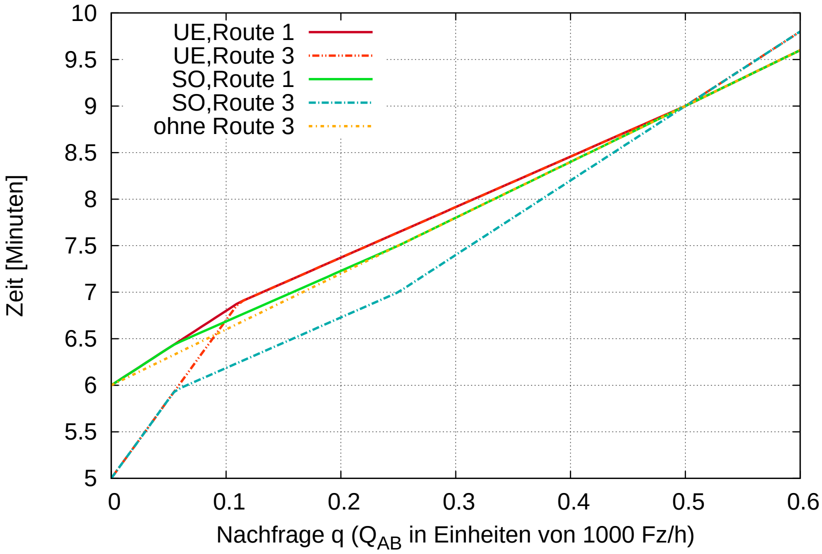
$$w_3^{\mathrm{SO}}(0.2) = \frac{0.2}{2.8} = \frac{1}{14} = 0.0714$$

und mit den Reisezeiten aus der Aufgabenstellung

$$T_1^{\mathrm{SO}}(0.2) = 6 + 0.2(6 + 2w_3^{\mathrm{SO}}) = 7.23, \quad T_3^{\mathrm{SO}}(0.2) = 5 + 0.2(8 + 9w_3^{\mathrm{SO}}) = 6.73.$$

Diese Zeiten liegen beide unterhalb denen des Nutzergleichgewichts von 7.371, aber T_1^{SO} liegt etwas oberhalb der Zeit von 7.2 Minuten bei Wegfall von Route 3.

Zur Veranschaulichung einen Plot der verschiedenen Zeiten (nicht verlangt):



(g) Im SO ist Route 3 um 0.5 Minuten kürzer als Route 1. Bei einem Zeitwert von 20 Euro/h bzw. 33.3 Cent pro Minute ergibt dies eine Maut von 16.7 Cent pro Befahrung.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Die Ergebnistabelle der Akzeptanzbefragung von Elektroautos aus der Aufgabenstellung:

Alter	Beruf	Teilnehmerzahl	Ja-Antworten
<35 Jahre	Student	410	200
<35 Jahre	Nicht-Student	200	30
≥ 35 Jahre	Student	40	30
≥ 35 Jahre	Nicht-Student	250	40

(a) Es gibt insgesamt 300 Ja-Antworten bei $n = 900$ Befragten. Der Ja-Anteil beträgt also 1/3.

(b) Hier ist $y_i = 1$ falls "Ja" und $Y_i = 0$ falls "Nein". Die Varianz dieser binären Variablen beträgt damit $V(Y_i) = \mu(1-\mu)$ bzw. angenähert $V(Y_i) = \hat{\mu}(1-\hat{\mu})$, wenn man den wahren Erwartungswert durch den Schätzer $\hat{\mu} = 1/3$ ersetzt. Damit ist die Varianz des Schätzers $\hat{\mu} = 1/n \sum_i Y_i$ selbst und seine Standardabweichung gegeben durch

$$V(\hat{\mu}) \approx \frac{\hat{\mu}(1-\hat{\mu})}{n} = 0.000247, \quad \sqrt{V} = 0.0157.$$

Die Standarabweichung beträgt also 1.57 Prozentpunkte.

(c) Sowohl das Alter als auch der Beruf sind (i) in der Grundgesamtheit bekannt und haben (ii) Auswirkungen auf das Wahlverhalten, da Jüngere und Studenten sich in der Regel positiver zum Carsharing äußern als Ältere und Nichtstudenten. Damit sind für beide Variablen die Bedingungen für sinnvolle Schichtungsmerkmale erfüllt.

(d) Um die Formel $V(\hat{\mu}^{(\mathrm{E})}) = 1/n \sum_k \theta_k E_k \sigma_k^2$ anwenden zu können, stellt man am besten eine Arbeitstabelle auf, in welcher für jede der vier Schichten die Stichprobenhäufigkeiten f_k, die Häufigkeiten θ_k in der GG, die Entzerrungsfaktoren E_k sowie die Erwartungswerte $\hat{\mu}_k$ und Varianzen $\sigma_k^2 = \hat{\mu}_k(1-\hat{\mu}_k)$ der Variable $Y_i \in 0, 1$ in Schicht k gelistet werden:

Schicht k	f_k	θ_k	$E_k = \frac{\theta_k}{f_k}$	$\hat{\mu}_k$	σ_k^2
$k=1$: Student, <35 J	410/900	0.18	0.395	0.488	0.250
$k=2$: Student, ≥ 35 J	40/900	0.02	0.45	0.75	0.1875
$k=3$: Nicht-Student, <35 J	200/900	0.24	1.08	0.15	0.1275
$k=4$: Nicht-Student, ≥ 35 J	250/900	0.56	2.016	0.16	0.1344

Damit ergibt sich der entzerrte Schätzer des Ja-Anteils zu

$$\hat{\mu}^{(\mathrm{E})} = \sum_{k=1}^{4} E_k \hat{\mu}_k = 0.228$$

und dessen Varianz und Standardabweichung

$$V(\hat{\mu}^{(\mathrm{E})}) = \frac{1}{n} \sum_k \theta_k E_k \sigma_k^2 = 0.000226, \quad \sqrt{V(\hat{\mu}^{(\mathrm{E})})} = 0.0151$$

Der entzerrte Schätzer ist also mit 22.6 % Ja-Anteil deutlich geringer als der naive Mittelwert von 33.3 %. Dies kommt daher, dass in der Umfrage die generell dem Carsharing wohlwollend stehenden Studenten in der Umfrage überrepräsentiert waren. Die Standardabweichung des Schätzers ist mit 1.51 Prozentpunkten nur etwas geringer als die des nicht entzerrten Zufallsauswahl-Schätzers, aber letzterer ist schon dadurch disqualifiziert, dass er nicht erwartungstreu ist.