Klausur zur Vorlesung Verkehrsökonometrie

für den Bachelor-Studiengang Verkehrswirtschaft

SS 2013

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (30 Punkte)

(a) Sei $x = t - 1900$ die Zeit in jahren seit 1990. Dann gilt für die Mittelwerte ($n = 5$)

$$\bar{x} = \frac{1}{5}\sum_i x_i = 10,$$
$$\bar{y} = \frac{1}{5}\sum_i y_i = 2795.2$$

sowie aus der Aufgabenstellung $s_{11} = 50$ und $s_{1y} = 1678.$. Daraus die LSE-Schätzer der Modellparameter

$$b = \frac{s_{1y}}{s_{11}} = 33.56,$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 2\,460.$$

(b) Der Residualvarianz-Schätzer berechnet sich aus

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}(x_i))^2 = \frac{S_{\min}}{n-2} = \frac{S_{\min}}{3} = 17\,350.$$

Die mittlere Abweichung zwischen Daten und Modell ist die Residual-Standardabweichung

$$\hat{\sigma}_\epsilon = \sqrt{\hat{\sigma}_\epsilon^2} = 131.7 \text{ (Millionen t).}$$

(c) Die Varianz des Schätzers $\hat{b}$ des Anstiegsparameters b lautet (vgl. Skript oder Formelsammlung)

$$\hat{V}(\hat{\beta}_1) = \frac{\hat{\sigma}_\epsilon^2}{ns_{11}} = 69.4$$

Daraus die Standardabweichung

$$\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta}_1)} = 8.33$$

(d) Test der Nullhypothese H_0: Transportmenge fällt mit der Zeit:

1. Nullhypothese H_0: $b < b_0 = 0$
2. Test-Variable:
$$T = \frac{\hat{b} - b_0}{\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta}_1)}} \sim T(3)$$
3. Realisierung aus den Daten für $b_0 = 0$:
$$t = 3.98$$

(bzw. $t = 4.03$, wenn nicht die Werte aus dem Aufgabenblatt genommen werden)

4. Nach der Grafik der Aufgabenstellung ist das $1 - \alpha = 95\%$- Quantil der Student-t-Verteilung mit $n-2 = 3$ Freiheitsgraden (die dicke Kurve) etwa $t^{(3)}_{0.95} = 2.4$. Damit ist auf dem 5 %-Signifikanzniveau $t < t^{(3)}_{0.95} =$, also H_0 abgelehnt und auf dem 5 %-Niveau ein signifikanter Anstieg gezeigt.

   Der p-Wert ist die Grenz-Fehlerwahrscheinlichkeit bei der H_0 gerade noch abgelehnt werden kann:

$$t_{1-p} = F_T^{-1}(1-p) = 4.03 \quad \Rightarrow \quad 1 - p = F_T(4.03)$$

   Bei $t = 4.03 \approx 4$ liest man aus der Grafik $F_T^{(3)}(4) \approx 0.986$ ab, also

$$p = 1 - F_T(4.03) = 1 - F_T^{(3)}(4.03) \approx 1 - 0.986 = 1.4\,\%$$

   (genauer Wert: 1.374%).

Aufgabe 2 (20 Punkte)

(a)
- Räumliche Abgrenzung: deutschlandweit; jeder Stadt, die für den Neubau eines Verkehrsflughafens in Frage kommt
- zeitlich: 2011 bzw. 2010-2011 (da 2010 das angenommene Bezugsjahr der Steigerung ist)
- sachlich: Flughafen mit Personen- und Gütertransport, also Verkehrsflughäfen, nicht etwa Militär- oder Sportflughäfen.

(b)
- Zahl der Nachbarflughäfen: absolutskaliert (=metrisch), diskret
- Größe der Nachbarflughäfen: metrisch skaliert, quasi-stetig (falls Größe z.B. anhand Zahl der Fahrgäste oder Umsatz gemessen wird),
- Nachtflugverbot: diskret-nominal
- Gelände verfügbar: ordinalskaliert (da es die mittlere Ausprägung "bedingt" gibt), diskret
- Geldmittel: metrisch skaliert, (quasi-) stetig

(c)
- Exogene Variable: Alle oben diskutierten Variablen,
- endogene Variable: Ergebnis (Ausprägungen Ja/Nein) der Entscheidung.

Aufgabe 3 (30 Punkte)

(a)
- Generische Variable (hängen von der Alternative ab): Reisezeiten T_k und Ad-Hoc-Kosten C_k,
- sozioökonomische Variable: keine,
- alternativenspezifische Konstante: δ_{k1},
- Endogene Variable: V_k (Y_k ist auch OK).

(b) Die Referenzalternative ist die einzige Alternative, welche nicht von einer alternativenspezifische Konstante (AC) selektiert wird. Da die AC hier bei zwei Alternativen Alternative 1 auswählt, ist Alternative 2: MIV, die Referenzalternative.

(c) Die globale Bevorzugung der Alternative 1 (ÖV) gegenüber 2 (MIV) ist durch β_3 gegeben.
- In Nutzeneinheiten: direkt $\beta_3 = 1$, da die deterministischen Nutzenfunktionen in "Nutzeneinheiten" (= in etwa die Standardabweichung des Zufallsnutzens) skaliert sind.
- in Euro: Mit $\beta_2 = -0.2$ entsprechen $\Delta C = 5$ € einer NE. Also 5 € Bevorzugung. (Dies ist ein eher unrealistisch hoher Wert, er ergibt sich aber aus der Aufgabenstellung.)
- in Minuten: Mit $\beta_1 = -1$ entsprechen $\Delta T = 1$ Minute einer NE. Also 1 Minute Bevorzugung.

(d) Impliziter Zeitwert:

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = 5\,\text{Euro/Minute}$$

(Dies ist ein eher unrealistisch hoher Wert, er ergibt sich aber aus der Aufgabenstellung.)

(e) Bisher betrug die Wahrscheinlichkeit, MIV zu wählen,

$$P_{\text{MIV}} = P_{\text{OEV}} = 50\,\% \;\Rightarrow\; V_1 = V_2.$$

Nun wird der MIV um einen Euro verteuert, der Nutzen V_2 also um $\beta = -0.2$ NE verändert. Da gemeinsame konstante Nutzenanteile wegfallen (es kommt ja nur auf Differenzen an), können wir ohne Einschränkung der Allgemeinheit $V_1 = 0$ setzen, also $V_2 = -0.2$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, den MIV zu wählen, beträgt nach Wiedereinführung der Pendlerpauschale damit

$$P_2 = \frac{e^{V_2}}{e^{V_1} + e^{V_2}} = \frac{e^{-0.2}}{1 + e^{-0.2}} = 45\,\%.$$

Nach Wiedereinführung der Pendlerpauschale werden voraussichtlich 55 % statt bisher 50 % den MIV wählen.

Aufgabe 4 (40 Punkte)

(a) Alle Kanten mit Ausnahme der mittleren Verbindung von oben nach unten haben im leeren Netz eine Reisezeit von $T_{l0} = 1$ Minute. Die mittlere Verbindung hat $T_{l0} = 0.5$ Minuten.

- Route 1: Drei Links mit den Belastungen $Q_{\text{AB}}(w_1 + w_2)$, $Q_{\text{AB}}w_1$ und $Q_{\text{AB}}w_1$ (bei allen Zahlenangaben sind implizit Minuten als Einheit definiert):

$$T_1(q, \boldsymbol{w}) = 1(1 + q(w_1 + w_2)) + 1(1 + qw_1) + 1(1 + qw_1) = 3 + q(3w_1 + w_2).$$

- Route 2: Drei Links mit den Belastungen $Q_{\text{AB}}(w_1 + w_2)$, $Q_{\text{AB}}w_2$ und $Q_{\text{AB}}(w_2 + w_3)$:

$$T_2(q, \boldsymbol{w}) = 1(1+q(w_1+w_2))+0.5(1+qw_2)+1(1+q(w_2+w_3)). = 2.5+q(w_1+2.5w_2+w_3)$$

- Route 3: Drei Links mit den Belastungen $Q_{\text{AB}}w_3$, $Q_{\text{AB}}w_3$ und $Q_{\text{AB}}(w_3 + w_2)$:

$$T_3(q, \boldsymbol{w}) = 1(1 + qw_3) + 1(1 + qw_3) + 1(1 + q(w_2 + w_3)) = 3 + q(w_2 + 3w_3).$$

(b) Mit der in der Aufgabenstellung angegebenen Symmetriebedingung $w_1 = w_3$ (aus der auch $T_1 = T_3$ folgt) und der Summenbedingung $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ kann man alle drei Reisezeiten allein durch den Routenanteil w_1 ausdrücken:

$$w_2 = 1 - 2w_1, \quad w_3 = w_1.$$

Die Bedingung $T_1 = T_2$ (die Bedingung $T_1 = T_3$ ist ja wegen der Symmetrie automatisch erfüllt) ergibt:

$$\begin{aligned} T_1 = 3 + 3w_1 + 1 - 2w_1 &\overset{!}{=} T_2 = 2.5 + w_1 + 2.5(1 - 2w_1) + w_1 \\ 4 + w_1 &= 5 - 3w_1 \\ w_1 &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

also

$$w_1 = w_3 = \frac{1}{4}, \quad w_2 = \frac{1}{2}.$$

(c)
- Reisezeiten im Systemoptimum (SO):

$$T_1^{\text{SO}} = 3 + 3 * 5/16 + 6/16 = 4.3125, \quad T_2^{\text{SO}} = 2.5 + 5/16 + 2.5 * 6/16 + 5/16 = 4.0625$$

sowie $T_3^{\text{SO}} = T_1^{\text{SO}} = 4.3125$ aus Symmetriegründen (durchschnittliche Reisezeit 4.23 Minuten).

- Reisezeiten im Nutzergleichgewicht (UE):

$$T_1^{\text{UE}} = 3 + 3 * 0.25 + 0.5 = 4.25, \quad T_2^{\text{UE}} = T_3^{\text{UE}} = T_1^{\text{UE}} = 4.25.$$

(d) Im SO beträgt die Zeitdifferenz $T_1 - T_2 = 0.25$ Minuten. Bei 30 Euro pro Stunde ist das Optimum stabil, falls die Maut auf der zeitlich kürzeren Route

$$M_2 = 30\,\text{Euro/h} * 0.25\,\text{Minuten} = 0.5\,\text{Euro/Minuten} * 0.25\,\text{Minuten} = 12.5\,\text{Eurocent}$$

(Da solche zukünftigen Mautsysteme sowieso nur bei automatischer Abbuchung, z.B. der Summen über einen Monat, funktionieren, sind die krummen Cent-Beträge irrelevant; dies ist analog zu den krummen Centbeträgen an der Tankstelle.)