Klausur zur Vorlesung Verkehrsökonometrie
für den Bachelor-Studiengang Verkehrswirtschaft
SS 2012

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Modell:

$$C = C_{\text{spez}} \left(m\dot{v} + \frac{P_0}{v} + (\mu + \alpha)mg + \beta_w v^2 \right).$$

(a)
- Exogene Variable: Beschleunigung $\dot{v}$, Steigung α, Geschwindigkeit v.
- Endogene Variable: streckenbezogener Verbrauch C
- Parameter: C_{spez}, m, P_0, μ, β_w. Die Gravitationskonstante g ist kein Parameter, da fest. Ebenfalls kann die Masse, da genau messbar, nicht nur als Parameter sondern auch als exogene Variable angesehen werden. Alle zu schätzenden Größen sind aber Parameter im eigentlichen Sinn.

(b) Das Modell ist nichtlinear (wegen $1/v$, v^2-Anteile etc.)

(c) Das Modell ist deterministisch.

(d) Es ist ein Eingleichungsmodell, da die einzige endogene Variable der streckenbezogene Verbrauch C ist.

(e) C_{spez}, P_0, μ und β_v sind alle positiv, da andernfalls auf ebener Strecke negative Verbräuche möglich sind (bei $C_{\text{spez}} < 0$ immer, bei $P_0 < 0$ für $v \to 0$, bei β_v für $v \to \infty$, bei μ dazwischen (bzw. würde eine höhere Reibung zu geringerem Verbrauch führen).

(f) Die naheliegende Linearisierung ist:

$$C = \beta_0 + \sum_{l=1}^{4} \beta_l x_l$$

mit

$$\beta_0 = C_{\text{spez}} \mu\, m\, g,$$
$$\beta_1 = C_{\text{spez}} m, \quad x_1 = \dot{v}, \quad \beta_2 = C_{\text{spez}} P_0, \quad x_2 = 1/v,$$
$$\beta_3 = C_{\text{spez}} mg, \quad x_3 = \alpha, \quad \beta_4 = C_{\text{spez}} \beta_w, \quad x_4 = v^2.$$

Diese ist jedoch bezüglich der Parameter überspezifiziert, da sich $\beta_1 = C_{\text{spez}} m$ und $\beta_3 = C_{\text{spez}} mg$ nur um die bekannte Gravitationskonstante unterscheiden. Das korrekte spezifizierte lineare Modell lautet deshalb

$$C = \beta_0 + \sum_{l=1}^{3} \beta_l x_l$$

mit

$$\beta_0 = C_{\text{spez}} \mu\, m\, g,$$
$$\beta_1 = C_{\text{spez}} m, \quad x_1 = \dot{v} + g\alpha, \quad \beta_2 = C_{\text{spez}} P_0, \quad x_2 = 1/v, \quad \beta_3 = C_{\text{spez}} \beta_w, \quad x_3 = v^2.$$

(Die eigentlich nicht korrekte Lösung mit den fünf βs gibt jedoch volle Punktzahl, da die korrekte Lösung zu "hinterhältig" ist; Extrapunkte, wer sie findet!).

Hintergrund für Physiker: Dass man nur $\dot{v}+g\alpha$ als unabhängige exogene Variable definieren kann, nicht jedoch $\dot{v}$ oder α separat, hat einen tiefen physikalischen Grund: Das von Einstein bei seiner Allgemeinen Relativitätstheorie verwendete Äquivalenzprinzip: Man kann die träge Masse (Widerstand bei Beschleunigung $\dot{v}$) nicht von der schweren Masse (Widerstand beim Bergauffahren) unterscheiden! Beispielsweise im Flugzeug: Schließt man beim Start die Augen, kann man nicht unterscheiden, ob man noch auf der Rollbahn beschleunigt ($\dot{v} > 0, \alpha = 0$) oder schon im Steigflug ($\dot{v} \approx 0, \alpha > 0$) ist.

(g) Ja, bei hinreichend starken Gefällen ($\alpha < 0$) und/oder hinreichend starken Verzögerungen ($\dot{v} < 0$) wird der Verbrauch negativ. Dies ist direkt nur bei Elektrofahrzeugen und indirekt (über die Batterie) bei Verbrennungsmotor-Fahrzeugen mit Energie-Rekuperation möglich, nicht jedoch bei konventionellen Fahrzeugen

Aufgabe 2 (40 Punkte)

(a) (i) metrisch skalierte generische Variablen: Reiseweite, Reisezeit, Kosten.

Nominalskalierte generische Variablen: Pünktlichkeit, Sauberkeit und Sicherheit (eigentlich sind dies ordinalskalierte Variablen, bei den vorgegebenen Ausprägungen "gut, schlecht, weiß nicht" ist jedoch nur eine nominalskalierte Analyse möglich).

(ii) metrisch skalierte sozioökonomische Variable: Alter.

Ordinalskalierte sozioökonomische Variable: Berufsstatus, Haushaltsgröße.

Nominalskalierte verkehrsspezifische sozioökonomische Variable: Verfügbarkeit eines Autos, Verfügbarkeit eines Rades, Dauerkartenbesitz

(iii) Externe Variable: Wetter.

(iv) endogene Variable: Die Entscheidung $y = 1$ (ÖV) bzw. $y = 0$ (kein ÖV).

(b) Falls kein ÖV gewählt wurde: Die Kosten des ÖV (Einzelticket) sowie die komplexe Reisezeit. Falls ÖV gewählt: Kosten und Zeit der besten Alternative (dabei werden die Angaben zur Rad- und Autoverfügbarkeit sowie das Wetter berücksichtigt). Schließlich noch das Wetter. Zwar ist es bereits in der Aufgabenstellung enthalten, aber nicht als befragte Größe, sondern "es wurde festgestellt".

(c) Bei Zufallsauswahl in Straßenbahnen und Bussen (was sowieso eher unpraktikabel ist) wird man eher ÖV-affine Verkehrsteilnehmer vorfinden. Insofern ist das Ergebnis selbst bei Zufallsauswahl verzerrt (zumindest, wenn die Grundgesamtheit aus allen Einwohnern und nicht nur aus den ÖV-affinen bestehen soll). Selbst die Ziehung aus den Registern ist verzerrend, da, unabhängig von der Statdtgröße, pro Stadt 500 Personen gezogen werden und sich die Leute in "Autostädten" wie Stuttgart sicher anders verhalten als in "Ökostädten" wie Freiburg, selbst bei gleichem ÖV-Angebot. (In diesem Beispiel würde die Stichprobe zugunsten der "Ökos" verzerrt.)

(d) Prinzipiell kann man in der diskreten Wahltheorie die deterministische Nutzenfunktion einer Alternative gleich null setzen, was hier für die Alternative 2 (nicht-ÖV) getan wird:

$$V_2 = 0.$$

Die Nutzenfunktion V_1 stellt dann die Nutzendifferenz zur Referenzalternative 2 dar.

$$V_1 = \beta_0 + \beta_1(T_1 - T_2) + \beta_2(K_1 - K_2) + \beta_3 R(T_1 - T_2) + \beta_4 I_{\text{Kfz}} + \beta_5 P + \beta_6 U$$

Hierbei sind T_k die komplexen Reisezeiten, K_k die Kosten, $R = 1$ für Ostdeutschland und =0 für Westdeutschland, $I_{\text{Kfz}} = 1$ falls ein Kfz zur verfügung und =0 sonst, $P = 1$ falls die Pünktlichkeit als "gut" beurteilt wird und sonst=0, $U = 1$ falls die Pünktlichkeit als "schlecht" beurteilt wird und sonst=0. Der Regionen-Einfluss auf den Zeitwert muss *multiplikativ* gesschehen (Produkt $R(T_1 - T_2)$), da ansonsten die Variable R global wirkt (als regionenspezifischer globaler Bonus/Malus). Da die Pünktlichkeit dreiwertig ist, benötigt man zwei Dummy-Variablen P und U, die sich alle auf die Referenz "weiß nicht" beziehen.

(e) (i) Student:

$$V_1 = 1.5, \quad P_{\text{OEV}} = \frac{e^{V_1}}{1 + e^{V_1}} = 0.815$$

(ii) Rentner, schlechtes Wetter:

$$V_1 = 1.0, \quad P_{\text{OEV}} = 0.731$$

(ii) Rentner, schönes Wetter:

$$V_1 = 0, \quad P_{\text{OEV}} = 0.5.$$

Aufgabe 3 (25 Punkte)

(a) Wir teilen die Nachfrage auf die Routen auf gemäß $Q_1 = F_{AB}w$ und $Q_2 = F_{AB}(1 - w)$. Dann gilt für Route 1: $T_{10} = 5$ (in Minuten), $Q_1/K_1 = 1.2w$ und für Route 2: $T_{20} = 10$ (in Minuten), $Q_2/K_2 = 2.4(1 - w)$. Also

$$\begin{aligned} T_1(w) &= 5(1 + 1.44w_1^2), \\ T_2(w) &= 10(1 + 5.76(1 - w_1)^2). \end{aligned}$$

Gleichsetzen, $T_1 = T_2$, führt auf die quadratische Gleichung

$$w_1^2 - \frac{16}{7}w_1 + 1.242 = 0$$

mit der Lösung (das positive Wurzelzeichen ist hier unsinnig)

$$w_1 = \frac{8}{7} - \sqrt{\left(\frac{8}{7}\right)^2 - 1.242} = 0.890, \; w_2 = 1 - w_1 = 0.110.$$

(b) Reisezeiten im Systemoptimum, $w_1^{\text{SO}} = 78.2\,\%$ und $w_2^{\text{SO}} = 21.8\,\%$:

$$\begin{aligned} T_1^{\text{SO}} &= 5(1 + 1.44(w_1^{\text{SO}})^2) = 9.40\,\text{Minuten}, \\ T_2^{\text{SO}} &= 10(1 + 5.76(1 - w_1^{\text{SO}})^2 = 12.74\,\text{Minuten}. \end{aligned}$$

(c) Die Maut beträgt mit der in der Aufgabenstellung angegebenen Zwischenlösung

$$M = \beta_1^{-1}(T_2^{\text{SO}} - T_1^{\text{SO}}) = 0.56\,\text{Euro}.$$

(bei der richtigen Lösung sind es 0.55 Euro).

Neen der direkten Lösung durch den geldwerten Zeitunterschied ergibt sich die Lösung auch mit den durch den Operator $1 + Q\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q}$ modifizierten CR-Funktionen $\tilde{T}_l(Q) = (1 + Q\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q})T_l(Q)$ durch Differenzbildung:

$$M = \beta_1^{-1}\left[\tilde{T}_1 - T_1 - (\tilde{T}_2 - T_2)\right] = 10q^2 w_1 (w_1^{\text{SO}})^2) - 80q^2 (w_2^{\text{SO}})^2) = 0.56\,\text{Euro}.$$

mit $q = F_{\text{AB}}/K_1 = 1.2$.

Aufgabe 4 (30 Punkte)

Eine Stichprobe bei 10 Kfz ergab folgende Normverbräuche (Liter pro 100 km) in Abhängigkeit der Motorleistung:

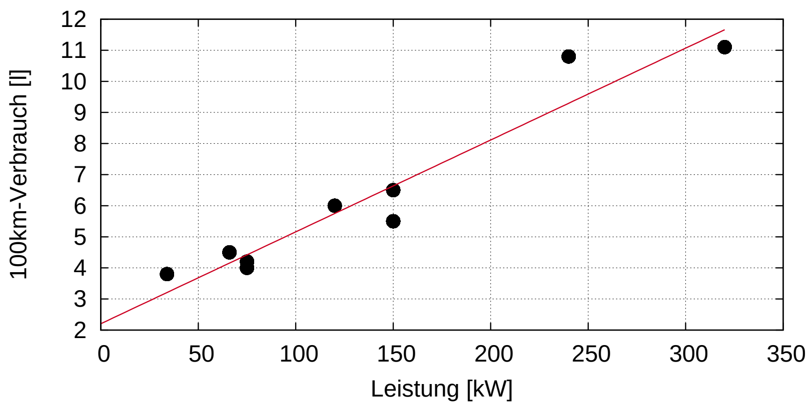
(a) Mit den aus der Aufgabenstellung bekannten Zwischenwerten ($n = 10$)

$$\bar{x} = \frac{1}{10}\sum_i x_i = 130.5,$$
$$\bar{y} = \frac{1}{10}\sum_i y_i = 6.06,$$
$$s_{11} = \frac{1}{7}\sum_i (x_i - \bar{x})^2 = 7148,$$
$$s_{1y} = \frac{1}{7}\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 221.2$$

ergeben sich die LSE-Schätzer der beiden Parameter zu

$$\hat{\beta}_1 = \frac{s_{1y}}{s_{11}} = 0.03094,$$
$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 2.022.$$

Das folgende Bild dient der Anschauung, war aber nicht bei der Lösung verlangt:



(b) Das Konfidenzintervall des Anstiegsdparameters β_1 ist gegeben durch

$$\mathrm{KI}_\alpha(\beta_1) = [\hat{\beta}_1 - \Delta\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_1 + \Delta\hat{\beta}_1], \quad \Delta\hat{\beta}_1 = t^{n-2}_{1-\alpha/2}\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta}_1)}.$$

mit dem $1 - \alpha/2$-Quantil der Student-t-Verteilung mit $n - 2 = 8$ Freiheitsgraden:

$$t^{(n-2)}_{1-\alpha/2} = t^{(8)}_{0.975} = 2.306.$$

Der Residualvarianz-Schätzer berechnet sich aus

$$\hat{\sigma}^2_\epsilon = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}(x_i))^2 = \frac{S_{\min}}{n-2} = \frac{4.691}{8} = 0.586.$$

Damit berechnet sich die Varianz des Parameterschätzers zu

$$\hat{V}(\hat{\beta}_1) = \frac{\hat{\sigma}^2_\epsilon}{n s_{11}} = 8.20 \times 10^{-6}$$

und die halbe Breite des Konfidenzintervalls

$$\Delta\hat{\beta}_1 = 2.306\sqrt{8.20 \times 10^{-6}} = 0.00660.$$

Damit letztendlich das Konfidenzintervall:

$$\mathrm{KI}_{\alpha=5\%}(\beta_1) = [0.0243,\, 0.0375].$$

Das Konfidenzintervall schließt die null nicht ein, der Anstieg ist also bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von 5 % signifikant.