Klausur zur Vorlesung Verkehrsökonometrie
für Bachelor-Studenten
SS 2011

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (30 Punkte)

(a)
- Exogene Variable: Preis P_k, Wohngegendindikator B_i, Student-Indikatorvariable (=1, falls Student, =0 sonst), alternativenspezifische Konstanten δ_{K1} und δ_{K2} (Nennung der Symbole genügt).
- Endogene Variable: Gewählte Alternative y_k (=1 bei Wahl, =0 sonst). Die Antwort "Auswahlwahrscheinlichkeiten Prob(k)" oder "Deterministischer Nutzen V_{ki}", also die endogenen Variablen der Teilmodelle, sind auch richtig (aber die Wahrscheinlichkeiten nicht mit dem Preis P_k verwechseln!)
- Parameter: β_1 bis β_6

(b) Das Modell ist

- Stochastisch (wenn bei (a) y_k gewählt wurde) bzw. deterministisch, wenn die Auswahlwahrscheinlichkeiten als endogene Var. angegeben wurden,
- nichtlinear (wegen der Summe von e-Funktionen im Logit-Modell),
- ein Mehrgleichungsmodell, da mehrere endogene Variable mit der Kopplung $\sum_k y_k = 1$ bzw. $\sum_k \text{Prob}_k = 1$ berechnet werden.

(c)
- Generische Variable: Preis P_k (Produktkategorie K ist auch OK): Generische Variable ändern sich mit der Alternative und meist auch mit der Person. Letzeres ist aber kein notwendiges Kriterium für generische Variable und trifft hier auch nicht zu (außer man berücksichtigt Kundenkarten).
- Sozioökonomische Variable: B_i und $S_i = \begin{cases} 1 & i \text{ ist Student} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$,
- Alternativenspezifische Konstanten: δ_{K1} und δ_{K2}

(d) Der deterministische Nutzen

(e) V_{ki} ist quasilinear, da (i) linear in den Parametern β_j, aber nichtlinear in den exogenen Variablen,da beispielsweise das Produkt $P_k B_i$ vorkommt.

(f) β_7-Term: Nicht nur beim kompletten deterministischen Nutzen, sondern auch beim Teilnutzen einer bestimmten Radkategorie K kommt es nur auf die Nutzendifferenzen an. Nun sind aber alle möglichen Nutzendifferenzen bereits durch β_3 und β_4 bestimmt: Bonus Mountainbike gegenüber Rennrad: β_3; Trekkingbike gegenüber Rennrad: β_4; Mountainbike gegenüber Trekkingbike: $\beta_3 - \beta_4$, also bedingt $\beta_7 \delta_{K3}$ eine Fehlspezifikation.

β_8 Term: Dieser fällt bei allen Nutzendifferenzen heraus. Damit ist β_8 unbestimmt und das Modell wäre damit fehlspezifiziert.

Hinweis: in beiden Fällen würde die Maximum-Likelihood Kalibrierung eine Inversion einer nichtinvertierbaren Matrix versuchen.

(g) Schlicht und einfach, da es heikel ist, nach dem Einkommen zu fragen; $\beta_2 > 0$ ist plausibel, da Leute aus teureren Gegenden generell weniger preissensitiv sind, also der Preis P_k als weniger negativ empfunden wird (Kunden aus billigen WOhnungen haben die Preissensitivität β_1 und solche aus teureren Wohnungen $\beta_1 + \beta_2$).

(h) β_3 wurde zu klein geschätzt. (Will man argumentieren, dass β_1 und/oder β_2 zu klein geschätzt wurden, dann muss man angeben/annehmen, dass Mountainbikes systeamtisch teurer sind als die anderen Raddtypen: Dann würde aus den zu negativ geschätzten Preissensitivitäten β_1 bzw. $\beta_1 + \beta_2$ und der damit unterschätzten Nachfrage nach teureren Rädern folgen, dass die MTB-Nachfrage unterschätzt wurde.)

Aufgabe 2 (40 Punkte)

(a) Stated Choice, da (i) hypothetische Entscheidungen, also keine revealed Chocie und keine automatische Messung, (ii) da nur die Wahl der besten Alternative, nicht aber eine Rangfolge (stated ranking) oder Schulnoten (stated preference) abgefragt wurden.

(b) In den beiden ersten Choice Sets haben die Alternativen 1 und 2 die gleichen Attributswerte, so dass der Quotient der Auswahlwahrscheinlkichkeiten dieser Alternativen bei Vorliegen der IIA-Eigenschaft unabhängig von der dritten Alternative sein soll. In der Tat gilt

$$\text{Set 1: } \frac{h_1}{h_2} = 1/3, \qquad \text{Set 2: } \frac{h_1}{h_2} = 1/3,$$

Dies ist konsistent mit der IIA-Eigenschaft (auf Ebene der induktiven Statistik muss man natürlich einen [in der VL nicht behandelten] IIA-Test durchführen, welcher ausschließt, dass eventuelle Abweichungen zufälliger Natur sind).

(c)
- β_1: Zeitsensitivität (für alle Modi wurde der gleiche Wert angenommen)
- β_2: Geldsensitivität (nur für ÖV relevant)
- β_3: Globale Bevorzugung Fuß gegenüber ÖV
- β_4: Globale Bevorzugung Rad gegenüber ÖV

(d) Wie muss man beim ÖV (ALternative 3) die Reisezeit und die Kosten ändern, damit der Nutzen unverändert bleibt?

$$\mathrm{d}V_3 = \frac{\partial V_3}{\partial T_3}\,\mathrm{d}T_3 + \frac{\partial V_3}{\partial K_3}\,\mathrm{d}K_3 = \beta_1\,\mathrm{d}T_3 + \beta_2\,\mathrm{d}K_3 \stackrel{!}{=} 0$$

und damit

$$\frac{\mathrm{d}K_3}{\mathrm{d}T_3} = -\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{-0.098}{0.84} = -0.116$$

Eine Minute mehr Reisezeit wiegt also eine Ersparnis (deshalb das negative Vorzeichen) von knapp 12 Eurocent auf. Der implizierte Zeitwert ist also 0.12 €/min bzw. 7 €/h.

(e) – Fuß gegenüber ÖV: $\hat{\beta}_3 = -0.76$ NE (Nutzeneinheiten, hier Standardabweichungen des Zufallsnutzens)
  – Rad gegenüber ÖV: $\hat{\beta}_4 = -1.54$ NE
  – Fuß gegenüber Rad: $\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_4 = 0.78$ NE

(f) Nutzenfunktionen für das letzte Choice Set beim kalibrierten Modell mit $\beta_1 = -0.098$, $\beta_2 = -0.84$, $\beta_3 = -0.76$ und $\beta_4 = -1.54$:

$$\begin{aligned} V_1 &= 40\beta_1 + \beta_3 = -4.68, \\ V_2 &= 20\beta_1 + \beta_4 = -3.5, \\ V_1 &= 30\beta_1 + 2\beta_2 = -4.62. \end{aligned}$$

Damit beträgt der Nenner der MNL-Auswahrscheinlichkeitsformel

$$N = e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3} = 0.04933$$

und damit die modellierten Auswahlwahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned} \text{Prob}_1 &= e^{V_1}/N = 0.188, \\ \text{Prob}_2 &= e^{V_2}/N = 0.612, \\ \text{Prob}_3 &= e^{V_3}/N = 0.200, \end{aligned}$$

in guter Übereinstimmung mit den relativen Häufigkeiten von 0.2, 0.6 und 0.2.

(g) Wegen der hohen Zahl an Wahlentscheidungen kann man (bei korrekter Modellspezifikation) den Zentralen Grenzwertsatz anwenden. Bei Gültigkeit der Nullhypothesen

$$H_0^{(j)} : \beta_j = 0$$

gilt dann

$$Z_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}(\hat{\beta}_j)} \sim N(0,1).$$

Die Nullhypothesen sind abgelehnt und damit Signifikanz gezeigt, falls für die Realisierungen z_j von Z_j die Bedingung $|z_j| > z_{1-\alpha/2} = z_{0.995}$ gelten. Ein Blick zeigt, dass hier immer $|z_j| > 5$ gilt, während $z_{0.995} < 3$ (da $\Phi(3) = 0.9987 > 0.995$). Also sind alle vier Parameter auf 1%-Niveau signifikant.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

- **Nutzergleichgewicht:** Nur die Zeitdifferenz (in Minuten) als Funktion des Anteils w_2 des Umgehungsverkehrs (mit $w_1 = 1 - w_2$) ist wesentlich. Nullsetzen ergibt

  $$T_1 - T_2 = 10 - 100w_2 - 50w_2 = 10 - 150w_2 \stackrel{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; w_2 = \frac{1}{15} = 6.7\,\%.$$

  Oder in Worten: Falls die Umgehung nicht genutzt wird, ist der Zeitvorteil der Umgehung 10 Minuten. Jedes Prozent an Fahrern, welches die Umgehung nutzt, verlängert die Reisezeit dort um 1 min und verkürzt gleichzeitig die Zeit auf der Autobahn um eine halbe Minute, also sinkt der Vorteil pro % um 1.5 min, Also gilt für einen Anteil von 10/1.5 % =20/3 % =6.7 % Zeitgleichheit, also das Nutzergleichgewicht.

- **Systemoptimum:** Hier geht es um eine absolute Minimierung des mit den Anteilen w_1 und w_2 gewichteten Zeitmittels $\bar{T}(w_2)$, welche man allerdings auf eine konstante Zeit, z.B. auf $\bar{T}(0) = T_1(0)$ beziehen kann:

  $$\begin{aligned} \bar{T}(w_2) - \bar{T}(0) &= (1 - w_2)T_1(w_2) + w_2 T_2(w_2) - T_1(0) \\ &= T_1(w_2) - T_1(0) - w_2[T_1(w_2) - T_2(w_2)] \\ &= -50w_2 - w_2[10 - 150w_2] = -60w_2 + 150w_2^2 \end{aligned}$$

  Ableiten und Nullsetzen ergibt

  $$\bar{T}'(w_2) = -60 + 300w_2 \stackrel{!}{=} 0 \;\Rightarrow\; w_2 = \frac{1}{5} = 20\,\%.$$

Aufgabe 4 (30 Punkte)

(a)
- Anstiegsparameter β_1 = Verbrauchsanstieg in l/100 km pro kg Mehrgewicht, $\beta_1 > 0$ ist plausibel (schwerere Fahrzeuge verbrauchen uter Ceteris-Paribus-Bedingungen mehr Treibstoff).
- Anstiegsparameter β_2 = Verbrauchsanstieg in l/100 km pro kW an Mehrleistung, $\beta_2 > 0$ ist plausibel (leistungsstärkere Fahrzeuge verbrauchen uter Ceteris-Paribus-Bedingungen mehr Treibstoff).

(b) Funktionale Spezifikation ist nicht erfüllt: Zwar sind keine Faktoren überflüssig, aber es fehlt mindestens ein wichtiger Einflusfaktor: Das Alter (vgl. auch die Übungsaufgaben). Ferner ist die Stichprobe nicht homogen, da neben "normalen" Fahrzeugen zwei "Newtimer" (Käfer und Trabi) enthalten sind.

Da die Newtimer sowohl leicher und leistungsschwächer sind als auch weniger effektive (mehr Treibstoff schluckende) Motoren besitzen, kann die Nichtberücksichtigung des Alters die geschätzten Parameterwerte stark verfälschen, bis hin zur Vorzeichenumkehr.

(c) Schätzung der zwei Anstiegsparameter ($n = 7$ Fahrzeuge):

$$\begin{aligned}
\text{Det } S &= S_{11}S_{22} - S_{12}^2 = 110\,180\,000 \\
\hat{\beta}_1 &= \frac{s_{1y}s_{22} - s_{2y}s_{12}}{\text{Det } S} = 0.0268, \quad \hat{\beta}_2 = \frac{s_{2y}s_{11} - s_{1y}s_{21}}{\text{Det } S} = 0.00638.
\end{aligned}$$

Schätzung des Achsabschnitts β_0:

$$\begin{aligned}
\bar{x}_1 &= \frac{1}{7}\sum_i x_{1i} = 130.8, \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{7}\sum_i x_{2i} = 1\,407, \quad \bar{y} = \frac{1}{7}\sum_i y_i = 6.286, \\
\hat{\beta}_0 &= \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x}_1 - \hat{\beta}_2\bar{x}_2 = -6.20.
\end{aligned}$$

(d) Elastizitäten mit in der Aufgabenstellung gegebenen Werten von $\hat{\beta}_j$ (diese unterscheiden sich um etwa 10 % von den wahren Werten):

$$\begin{aligned}
\epsilon_1 &= \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}}\frac{\partial\hat{y}}{\partial x_1} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}}\hat{\beta}_1 = 0.624 \text{ (0.558 mit echten } \beta\text{-Werten)}, \\
\epsilon_2 &= \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}}\frac{\partial\hat{y}}{\partial x_2} = \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}}\hat{\beta}_2 = 1.34 \text{ (1.43 mit echten } \beta\text{-Werten)}.
\end{aligned}$$

"Mit jedem Prozent an zusätzlicher Leistung nimmt der Verbrauch im Mittel um 0.6 Prozent zu, mit jedem Prozent Gewichtszunahme um 1.3 Prozent".

(e) Ja, denn die Datenspezifikation schließt nur "perfekte" Kolinearität, also bei zwei exogenen Variablen eine perfekte Korrelation ($r_{12} = +1$ oder $= -1$) aus.