

# Lösungsvorschlag zur Klausur Verkehrsökonomie

## für Bachelor und Diplom-Studenten

### SS 2009

#### Aufgabe 1 (8 Punkte)

Eine Mobilitätshebung ergab im Jahr 2008 eine Mobilitätskennziffer von 3.11 Wegen pro Person und Tag. Stellen Sie diese Kennziffer als Funktion der spezifischen Verkehrsaufkommen des Kennwertmodells für 5 Quelle-Ziel-Gruppen dar. Nehmen Sie dabei 60% Erwerbstätige an.

**Lösung:** Kennwertmodell für 5 Quelle-Ziel-Gruppen (QZG)  $\Rightarrow$  5er Einteilung. Man muss unterscheiden zwischen Erwerbstätigen (EWT)  $\Rightarrow$  alle QZG sind relevant und nicht Erwerbstätigen  $\Rightarrow$  nur die QZG WS, SW und SS sind relevant.

Die "Mobilitätskennziffer"  $\epsilon = 3.11$  ist das gesamte, über die QZG aggregierte, spezifische Verkehrsaufkommen. Mit den entsprechend gewichteten Personengruppen (EWT mit Anteil 0.6 und  $\overline{\text{EWT}}$  mit Anteil 0.4) ergibt sich

$$3.11 = \epsilon = 0.6(\epsilon_{WA} + \epsilon_{AW}) + \epsilon_{WS} + \epsilon_{SW} + \epsilon_{SS}.$$

#### Aufgabe 2 (12 Punkte)

Ein Modell belastungsabhängiger Reisezeiten ("modifizierte BPR-Funktion") ist folgendermaßen definiert:

$$T(Q) = \begin{cases} T_0 \left[ 1 + \left( \frac{cQ}{K} \right)^\gamma \right] & Q \leq K \\ T_0 \left[ 1 + c \frac{Q}{K} \right] & \text{sonst.} \end{cases}$$

#### Lösung:

- Exogene Variable: Verkehrsbelastung  $Q$ ; Endogene Variable: Reisezeit  $T$ ; Parameter: Mindestzeit  $T_0$ , Multiplikator  $c$ , Kapazität  $K$ , Exponent  $\gamma$ . (Die Symbole reichen für volle Punktzahl, die Größen müssen nicht erklärt werden) (6 Punkte)
- Das Modell ist nichtlinear und deterministisch. (2 Punkte)
- Heuristisches Modell, da es *ad hoc* mittleren beobachteten Verzögerungen angepasst wird und nicht aus grundlegenden Annahmen (z.B. Modell+Analyse der resultierenden Dynamik) resultiert. (2 Punkte)
- Bezeichnet  $Q$  das DTV, ergibt sich in der Rush-hour die Verkehrsbelastung  $0.16 Q$ , also  $c = 0.16$ . (2 Punkte)

### Aufgabe 3 (20 Punkte)

Das Multinomial-Logit-Modell ist nicht nur für die Verkehrsmittelwahl, sondern für alle diskreten Entscheidungsprozesse anwendbar, insbesondere auch für die kombinierte Verkehrsmittel- und Routenwahl. Für den Arbeitsweg einer bestimmten Personengruppe stehen nun folgende vier Alternativen zur Verfügung:

Alternative	Zeitaufwand	Kosten (€)	Präferenz
Rad	20 min	0	0
Kfz, Route 1	10 min	3€	0
Kfz, Route 2	15 min	3€	0
ÖPNV	25 min	2€	10 min

- (a) Berechnen Sie die Anteile, mit der diese Verkehrsmittel-Routenkombinationen gewählt werden. Gehen Sie dabei von einem Zeitäquivalent von 3 Minuten/€ und einem Logit-Unschärfeparameter  $1/\lambda = 5 \text{ min}$  aus. (10 Punkte)

**Lösung:** Die Anteile  $P(k)$  der Alternative  $k$  entsprechen nach dem Gesetz der Großen Zahlen den Wahrscheinlichkeiten, also mit dem MNL:

$$P(k) = \frac{1}{N} e^{\lambda U_k}, \quad N = \sum_{k=1}^K e^{\lambda U_k}$$

mit  $K = 4$ ,  $U_k$  in Zeiteinheiten (Minuten) und  $\lambda = 0.2 \text{ min}^{-1}$ . Es gilt (in Minuten):

$$U_1 = -20, \quad U_2 = -10 - 3 \cdot 3 = -19, \quad U_3 = -15 - 3 \cdot 3 = -24, \quad U_4 = -25, -2 \cdot 3 + 10 = -21,$$

damit der Normierungsnenner

$$N = e^{-20/5} + e^{-19/5} + e^{-24/5} + e^{-21/5} = \underline{\underline{0.0639}},$$

und schließlich

$$P(1) = \underline{\underline{0.287}}, \quad P(2) = \underline{\underline{0.350}}, \quad P(3) = \underline{\underline{0.129}}, \quad P(4) = \underline{\underline{0.235}}.$$

- (b) Das Rad ist plötzlich nicht mehr einsatzfähig. Wie ändern sich die Anteile? (5 Punkte)

Nun fällt die Alternative 1 weg bzw.  $U_1 = -\infty$  während die anderen Nutzen unverändert bleiben. Also ist nun

$$N = \sum_{k=2}^4 e^{\lambda U_k} = \underline{\underline{0.0456}}$$

und damit

$$P(2) = \underline{\underline{0.491}}, \quad P(3) = \underline{\underline{0.180}}, \quad P(4) = \underline{\underline{0.329}}.$$

- (c) Wie ändern sich die Verhältnisse für Personen ohne Rad, aber mit Dauerkarten? (die generischen kfz-bezogenen Variablen bleiben unverändert). (5 Punkte)

Für die tägliche Alternativenentscheidung fallne nun für den ÖV keine Kosten an (da man ja die Dauerkarte, z.B. Semesterticket, bereits besitzt). Also ändert sich nun für die ÖV-Alternative der Nutzen zu  $U_4 = -25 + 10 = -15$ , während nach Aufgabenstellung die generischen MIV-Variablen und damit  $U_2$  und  $U_3$  unverändert bleiben. Also

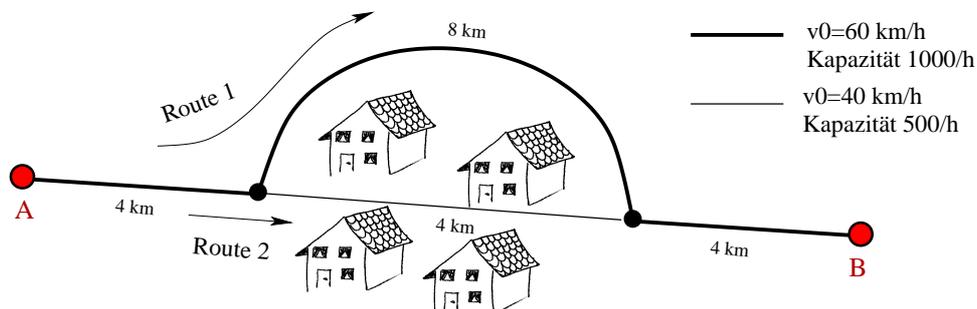
$$N = \sum_{k=2}^4 e^{\lambda U_k} = \underline{\underline{0.0804}}$$

und damit

$$P(2) = \underline{\underline{0.278}}, \quad P(3) = \underline{\underline{0.102}}, \quad P(4) = \underline{\underline{0.619}}.$$

### Aufgabe 4 (35 Punkte)

Um den Durchgangsverkehr von A nach B durch die Innenstadt zu reduzieren, hat eine kleine Stadt eine Umgehungsstraße in Betrieb genommen (Route 1). Dennoch nutzen viele Autofahrer für die Strecke von A nach B weiterhin den "Schleichweg" (Route 2) durch die Stadt.



- (a) Nutzergleichgewicht bei linearen CR-Funktionen? (10 Punkte)

**Lösung:** Umlegung bei  $Q_{AB} = 1000$  Fz/h und CR-Funktionen der Form

$$T(Q) = T_0 \left( 1 + \frac{Q}{K} \right).$$

Für die "dick" gezeichneten 4 km langen Teilstücke gilt mit einer Mindestreizezeit von  $T_0 = 4$  min in Minuten:

$$T_{4,\text{dick}} = 4 \left( 1 + \frac{(w_1 + w_2)Q_{AB}}{K} \right) = 8.$$

Dabei wurde  $w_1 + w_2 = 1$  sowie  $Q_{AB} = K$  ausgenutzt.

Das dick gezeichnete 8 km lange Teilstück wird nur auf Route 1 benutzt, also

$$T_8 = 8 \left( 1 + \frac{w_1 Q_{AB}}{K} \right) = 8(1 + w_1).$$

Schließlich wird der Schleichweg nur auf Route 2 benutzt, wobei für ihn gilt  $T_0 = \frac{3}{2} * 4 = 6$  und  $K = Q_{AB}/2$ :

$$T_{4,\text{duenn}} = 6 \left( 1 + \frac{w_2 Q_{AB}}{K} \right) = 6(1 + 2w_2)$$

Damit in Abhängigkeit von  $w_1$  mit  $w_2 = 1 - w_1$ :

$$T_1(w_1) = 2T_{4,\text{dick}} + T_8 = 16 + 8(1 + w_1) = \underline{\underline{24 + 8w_1}},$$

$$T_2(w_1) = 2T_{4,\text{dick}} + T_{4,\text{duenn}} = 16 + 6(1 + 2(1 - w_1)) = \underline{\underline{34 - 12w_1}}.$$

Nutzergleichgewicht (unter der Annahme  $w_1, w_2 > 0$ ):

$$T_1 = T_2 \Rightarrow 8w_1 = 10 - 12w_1 \Rightarrow \underline{\underline{w_1 = 0.5}}$$

und damit die Zeiten

$$T_1 = T_2 = \underline{\underline{28 \text{ min}}}.$$

(b) Nutzergleichgewicht bei quadratischen CR-Funktionen?

(5 Punkte)

**Lösung:** Umlegung bei derselben Nachfrage  $Q_{AB}$  bei quadratischen CR-Funktionen:

$$T(Q) = T_0 \left( 1 + \frac{Q^2}{K^2} \right)$$

Dies ergibt

$$\begin{aligned} T_{4,\text{dick}} &= 8, \\ T_{4,\text{duenn}} &= 6(1 + 4w_2^2) = 6(1 + 4(1 - w_1)^2) = 30 - 48w_1 + 24w_1^2, \\ T_1(w_1) &= 2T_{4,\text{dick}} + T_8 = 24 + 8w_1^2, \\ T_2(w_1) &= 2T_{4,\text{dick}} + T_{4,\text{duenn}} = 46 - 48w_1 + 24w_1^2. \end{aligned}$$

Das Wardrop-Gleichgewicht  $T_1 = T_2$  ergibt die quadratische Gleichung

$$w_1^2 - 3w_1 + \frac{11}{8} = 0 \quad \Rightarrow \quad w_1 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{11}{8}} = \underline{\underline{0.565}}.$$

und die Zeiten

$$T_1 = T_2 = \underline{\underline{26.55 \text{ min}}}.$$

(c) Systemoptimum auf zwei Arten

(je 5 Punkte)

**Lösung:**

(i) Systemoptimum durch Minimierung der gewichteten mittleren Reisezeit:

$$\begin{aligned} \bar{T} &= w_1 T_1 + w_2 T_2 \\ &= w_1(24 + 8w_1) + (1 - w_1)(34 - 12w_1) \\ &= 34 - 22w_1 + 20w_1^2. \end{aligned}$$

Ableiten und Null setzen ergibt

$$-22 + 40w_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{w_1^{\text{sys}} = \frac{11}{20} = 0.55}}$$

(ii) Systemoptimum durch Berechnung des Nutzergleichgewichts bezüglich der modifizierten CR-Funktionen  $\tilde{T}(Q) = \left(1 + Q \frac{d}{dQ}\right) T(Q)$  : Für die lineare CR-Funktion  $T(Q) = T_0(1 + Q/K)$  gilt

$$\tilde{T}(Q) = T(Q) + Q \frac{T_0}{K} = T_0 \left( 1 + \frac{2Q}{K} \right) = T(2Q)$$

Damit für die beiden Wege:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1(w_1) &= 24 + 8(1 + 2w_1) = \underline{\underline{32 + 16w_1}}, \\ \tilde{T}_2(w_1) &= 24 + 6(1 + 4(1 - w_1)) = \underline{\underline{54 - 24w_1}}. \end{aligned}$$

Damit

$$\tilde{T}_1(w_1) = \tilde{T}_2(w_1) \quad \Rightarrow \quad -22 + 40w_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{w_1^{\text{sys}} = \frac{11}{20} = 0.55}}$$

Die Zeiten selbst sind im Systemoptimum unterschiedlich (da das Optimum *kein* Gleichgewicht ist!) und ergeben sich anhand der *nicht*transformierten CR-Funktionen:

$$T_1(w_1^{\text{sys}}) = \underline{28.4 \text{ min}}, \quad T_2(w_1^{\text{sys}}) = \underline{27.4 \text{ min}}, \quad \bar{T}(w_1^{\text{sys}}) = \underline{27.95 \text{ min}}.$$

*Hinweis:* Für die Reisezeiten im Hinweis dieser Aufgabe kommen dieselben Anteile raus, da sich diese nur um eine gemeinsame konstanten Zeitdifferenz von den tatsächlichen Lösungen unterscheiden (die bei Wahlentscheidungen natürlich wegfällt).

- (d) Die Maut soll nun verkehrsabhängig so erhoben werden, dass auch bei egoistischen Fahrern die Aufteilung in das Systemoptimum übergeht. Dabei soll nur Route 2 bemautet werden. Welchem Zeitäquivalent muss die Bemautung in Abhängigkeit des Routenanteils  $w_1$  in der betrachteten "Rush-hour" Zeit entsprechen? (5 Punkte)

**Lösung:** Hinreichend für das Systemoptimum ist, dass die Reisezeiten  $T_1$  und  $T_2$  durch die Maut in  $\tilde{T}_1$  und  $\tilde{T}_2$  verwandelt werden. Nun kann man aber zu beiden Routen konstante Widerstände bzw. Zeiten hinzuzählen oder abziehen, ohne dass sich die Anteile ändern, also das Systemoptimum verlassen wird. Soll nun Route 1 unbemautet bleiben, muss man zu beiden Routen (deren Widerstände nun einschließlich der Maut  $\tilde{T}_1$  und  $\tilde{T}_2$  betragen, die gemeinsame Konstante  $T_1 - \tilde{T}_1$  addieren. Damit erhält man einschließlich der Maut die Widerstände

$$T_1^{\text{Maut}} = T_1, \quad T_2^{\text{Maut}} = \tilde{T}_2 + T_1 - \tilde{T}_1 = T_2 + \tilde{T}_2 - T_2 - \tilde{T}_1 + T_1 = T_2 + M_2$$

Nach Erreichen des Systemoptimums ( $w_1 = 0.55$ ) beträgt die Citymaut (in Zeiteinheiten) also

$$M_2(w_1) = \tilde{T}_2(w_1) - T_2(w_1) - \tilde{T}_1(w_1) + T_1(w_1) = \underline{1 \text{ min}}$$

(Am Anfang, im Nutzergleichgewicht, beträgt die Maut das Doppelte).

- (e) Berechnung von Maut und Wohlfahrtänderung (5 Punkte)

**Lösung:**

**Maut:** Eine Stunde ist 20 € wert  $\Rightarrow$  1 Minute entspricht 0.33 €, also beträgt die Citymaut nach einiger Zeit im Systemoptimum

$$M_2(w_1^{\text{sys}}) = \underline{0.33 \text{ €}}$$

bzw. direkt bei Mauteinführung im "alten" Nutzergleichgewicht

$$M_2(w_1) = \underline{0.67 \text{ €}}$$

Also eine geringe Maut. Es ist ja auch nur eine kleine Stadt ...

**Änderung der Wohlfahrt:** Da sich bei der Berechnung der Änderung die Mauteinnahmen der Stadt und die Mehrausgaben der Autofahrer durch die Maut wegheben, bleibt als Nettoergebnis die geringere Gesamtreisezeit übrig (zuzüglich zu einer Ersparnis externer Kosten wie Lärm, Abgase, Unfallgefahr, die hier nicht beziffert werden): In der Rush-hour sind 1000 Autofahrer betroffen<sup>1</sup>, die im Mittel je die Zeit  $T_1 - \bar{T}$  einsparen, also insgesamt

$$1\,000(T_1 - \bar{T}) = 1\,000(28 - 27.95) = \underline{50 \text{ min}} \Rightarrow 16.67 \text{ €}$$

<sup>1</sup>bzw. bei Belegungsgraden größer 1 auch mehr, aber der Satz von 20 €/h bezieht sich auf das ganze Kfz

*Anmerkung ohne Punkterelevanz:* Die Zunahme der Wohlfahrt bleibt ohne externe Kostensenkungen also bescheiden (aber 450 Kfz-Fahrer müssen die Maut von  $1/3\text{€}$  bezahlen, also bekommt die Stadt für die Fahrten von A nach B pro Tag  $150\text{€}$  zusätzliche Einnahmen)

## Aufgabe 5 (20 Punkte)

Anhand einer Stichprobe soll die mittlere Fahrleistung von Motorradfahrern in Deutschland im Jahre 2008 ermittelt werden. Die Stichprobe wurde per Zufallsauswahl aus dem Motorrad-Zulassungsregister gezogen und das gezogene Motorrad dem jeweiligen Besitzer zugeordnet. Die in der 3. Januarwoche durchgeführte Befragung lieferte, in Altersklassen aufgeteilt, folgendes Ergebnis:

Altersklasse	Personen	Mittl. Fahrleistung (km/Jahr)	Standardabw. (km/Jahr)
18-30	200	5 000	5 000
30-45	350	3 000	4 000
45-60	250	3 000	1 500
> 60	200	2 000	1 500

- (a) Warum ist es viel schwieriger, Fahrleistungen zu erheben, als etwa die Zahl der Fahrzeuge oder die Zahl der Führerscheine? (3 Punkte)

**Lösung:** Da es für die Fahrleistungen im Ggs zu Kfz-Zahlen oder Führerscheine kein Register gibt. Die Erhebung ist also nur aufwändig mittels direkter Befragung in Stichproben möglich.

- (b) Geben Sie die statistische Einheit, die räumlich, zeitlich und sachliche Abgrenzung von Stichprobe und Grundgesamtheit, die Auswahlmethode, den Stichprobenumfang und die Ziehungsgrundlage an. (5 Punkte)

**Lösung:** Statistische Einheit: Motorradfahrer; räumliche Abgrenzung: Deutschland; zeitlich: 2008; sachlich: Nichts Besonderes bzw. Motorradfahrer, die mindedstens 1 Motorrad besitzen. Grundgesamtheit: Alle Motorradfahrer innerhalb den Abgrenzungen; Auswahlmethode: Zufallsstichprobe; Umfang: 1 000 (Summe aller Altersklassen); Ziehungsgrundlage: Zulassungsregister.

- (c) Ältere Motorradfahrer besitzen häufiger mehrere Motorräder im Vergleich zu jüngeren. Führt die Erhebungsmethode zu systematischen Fehlern in der Altersverteilung der Stichprobe? Wenn ja, gibt es in der Stichprobe tendenziell zu viel oder zu wenige jüngere Personen? Welche Ziehungsgrundlage würde diesen systematischen Fehler nicht besitzen? (4 Punkte)

**Lösung:** Ja. Es gibt systematisch zu viele alte Motorradfahrer, da die Ziehungswahrscheinlichkeit mit jedem zugelassenen Motorrad steigt. Personenregister würde diesen systemat. Fehler nicht besitzen.

- (d) In der Grundgesamtheit ist die Altersstruktur der Motorradbesitzer wie folgt: 24% 18-30 Jährige, 35% 30-45 Jährige, 25% 45-60 Jährige, der Rest Ältere. Ermitteln Sie den entzerrenden Schätzer für die mittlere Fahrleistung und vergleichen Sie ihn mit dem arithmetischen Mittel ohne Berücksichtigung der Entzerrung. (5 Punkte)

Entzerrungsfaktoren für Altersklasse  $k$ :  $E_k = \theta_k / f_k$  also

$$E_1 = 24/20 = 1.2, \quad E_2 = 35/35 = 1.0, \quad E_3 = 25/25 = 1.0, \quad E_4 = 16/20 = 0.8.$$

Der entzerrende Schätzer für den Erwartungswert  $\mu$  der Motorrad-Fahrleistung ist also

$$\hat{\mu}^{(E)} = \sum_k \theta_k \bar{x}_k = \underline{\underline{3\,320 \text{ km}}}.$$

Der nichtentzerrende Schätzer ist das gewichtete arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \sum_k f_k \bar{x}_k = \underline{\underline{3\,200\text{ km}}}.$$

Dieser geringere Wert ist konsistent mit dem Ergebnis (c), dass systematisch zu viele alte Motorradfahrer ausgewählt werden. Da die Älteren tendenziell eine geringere Jahresleistung haben, ist auch das Mittel geringer.

- (e) *Geben Sie auch die Varianz bzw. Standardabweichung der geschätzten Fahrleistung an. Nehmen Sie dabei an, dass die Fahrleistungen innerhalb einer Altersklasse unabhängig voneinander sind.* (3 Punkte)

**Lösung:** Varianzformel entzerrender Schätzer mit der Varianz  $\sigma_k^2$  der Fahrleistungen innerhalb einer Klasse aus dem Skript:

$$V(\hat{\mu}) = \frac{1}{n} \sum_k \theta_k E_k \sigma_k^2 = \underline{\underline{13\,650\text{ km}^2}}$$

## Aufgabe 6 (25 Punkte)

Das wohnortbezogene spezifische Verkehrsaufkommen (mittlere Gesamtzahl der Wege pro Person und Tag) ist in deutschen Städten durch folgende Zeitreihe gegeben (Verkehrserhebung SrV):

Jahr	1977	1982	1987	1991	1994	1998	2003	2008
Mittl. Wegezahl	2.74	2.82	2.79	3.20	3.05	2.95	3.09	3.11

Es soll getestet werden, ob ein systematischer Anstieg dieser Mobilitätskennziffer vorliegt.

- (a) Geben Sie die durch lineare Regression gewonnene Schätzfunktion  $\hat{y}(x)$  an ( $x = \text{Jahr}$ ,  $y = \text{Wegezahl}$ ). (5 Punkte)

**Lösung:** Mit den bereits gegebenen arithmetischen Mitteln, Varianzen und Kovarianzen erhält man für die lineare Regression

$$\hat{y}(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1$$

die Koeffizienten

$$\hat{\beta}_1 = \frac{s_{1y}}{s_{11}} = \underline{0.0120}, \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}_1 = \underline{-21.027}$$

( $\beta_0$  ist so negativ, da hier der langsame Anstieg (1.2 tägliche Wege mehr pro Jahrhundert) bis zum Jahre Null zurückgeschrieben wird. Achtung:  $s_y^2$  kommt hier nicht zum Einsatz; die Angabe im Aufgabenblatt war eine Nebelkerze!)

- (b) Ermitteln Sie einen Schätzer für die Residualvarianz. (6 Punkte)

**Lösung:** Formel aus dem Skript. Es gibt eine exogene Variable (univariate Regression) und  $n = 8$  Datenpunkte. Damit gibt es  $n - 1 - 1 = 6$  Freiheitsgrade

$$\hat{\sigma}_R^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^8 (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{1i})^2 = \underline{0.0151}$$

(und damit eine Standardabweichung  $\hat{\sigma}_R = 0.123$  wie im Hinweis unter (c) angegeben.)

- (c) Testen Sie unter Verwendung der beigegeführten Quantil-Tabelle, ob man bei Fehlerwahrscheinlichkeiten von 5% und 1% die Aussage "die mittlere Wegezahl ist konstant oder sinkt" widerlegen kann und man damit auf eine steigende Wegezahl schließen kann. (10 Punkte)

**Lösung:** Einseitiger Test auf " $\leq$ ": Zur Widerlegung muss die Realisierung  $t$  der Test-Statistik

$$T = (\hat{\beta}_1 - \beta_1^{(0)}) \sqrt{\frac{ns_{11}}{\hat{\sigma}_R^2}} \sim T(n-2) = T(6)$$

größer sein als das  $1 - \alpha$  Quantil der entsprechenden Student-Verteilung sein. Hier gilt

- Grenzwert des Anstiegsparameters unter Gültigkeit der Nullhypothese:  $\beta_1^{(0)} = 0$
- Realisierung der Test-Statistik:  $t = 2.716$
- Quantile  $t_{1-\alpha}^{(6)}$  für  $\alpha = 5\%$  und  $1\%$ :

$$t_{0.95}^{(6)} = 1.943, \quad t_{0.99}^{(6)} = 3.143.$$

Damit

$t > t_{0.95}^{(6)} \Rightarrow$  Nullhypothese bei  $\alpha = 5\%$  widerlegt

$t < t_{0.99}^{(6)} \Rightarrow$  Nullhypothese bei  $\alpha = 1\%$  nicht widerlegbar

(Mit der Verteilungsfunktion  $F_T(x)$  der Student-6 Verteilung ist die Grenz-Fehlerwahrscheinlichkeit übrigens  $\alpha_g = 1 - F_T(t) = 1.74\%$ .)

- (d) *Voraussetzungen für die Gültigkeit des Tests sind die Gauß-Markow-Annahmen, u.A. (i) quasilineare Modelle, (ii) keine perfekte Korrelation der unabhängigen Variablen, (iii) Erwartungswert des Residualfehlers gleich Null, (iv) Homoskedastizität, sowie (v) ein Mindestumfang der Stichprobe. Zwei dieser Voraussetzungen sind hier wahrscheinlich verletzt. Welche? Begründen Sie Ihr Ergebnis, in dem Sie die Jahre ab 1991 mit denen davor vergleichen!* (4 Punkte)

**Lösung:** Zwischen 1987 (vor der Wende) und 1991 (danach springen die Mobilitätskennziffern plötzlich nach oben, während sie davor und danach im Wesentlichen konstant sind: Strukturbruch. Damit ist einerseits der Erwartungswert des Residualfehlers systematisch ungleich null, andererseits ist die Varianz in der Nähe des Strukturbruches größer. Also sind Bedingungen (iii) und (iv) verletzt.

(Das Modell ist linear  $\Rightarrow$  (i) erfüllt. Es ist univariat  $\Rightarrow$  Bedingung (ii) ist irrelevant; der Mindestumfang der Stichprobe ist eins mehr als die Zahl der zu schätzenden Parameter, also 3  $\Rightarrow$  (iii) erfüllt.)