Klausur zur Vorlesung Einführung in die Verkehrsökonometrie, SS 2008
Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Vorschlag Punkteverteilung von Arne: 6,3,3,2,6.

(a) *Geben Sie für das Wilson-Modell der Verkehrsverteilung jeweils die endogenen und exogenen Variablen sowie den Modellparameter an.*

- Endogene=Output-Variablen: (Elemente der) Verkehrsstrommatrix V_{ij}
- Exogene=Input-Variablen: Quellsummen Q_i, Zielsummen Z_j, evtl. Art der Kopplung (nicht verlangt)
- Modellparameter: Unschärfekoeffizient β.

(b) *Welche zusätzlichen Modellparameter kommen im EVA bzw. EFG-Modell nach Prof. Lohse hinzu?*

Die Parameter E, F und w_0 bzw. E, F und G (sic!)

(c) *Ist das EVA Modell linear, quasilinear oder nichtlinear?*

Nichtlinear.

(d) *Können die beiden Modelle (Wilson- und EVA-Modell der Verteilung) auch zur Aufteilung oder zur simultanen Ver- und Aufteilung verwendet werden?*

Ja.

(e) *Die MIV-Umlegung soll kalibriert werden anhand von Zähldaten an n Straßenquerschnitten, welche jeweils unterschiedlichen Kanten des Straßennetzwerks zugeordnet sind. Formulieren Sie allgemein die Fehlerquadratsumme für eine Kalibrierung durch Regression.*

Die Messquerschnitte haben z.B. den Index l (für "Link"). Das Zählergebnis der Messquerschnitte werde z.B. mit M_l (Fahrzeuge pro Zeiteinheit) und das Ergebnis der Umlegung mit Q_l bezeichnet. Dann ist die Fehlerquadratsumme durch

$$F = \sum_{l=1}^{n} (M_l - Q_l)^2$$

definiert.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Vorschlag Punkteverteilung von Arne: 5,5
Die Verkehrsnachfrage kann man nicht nur bezüglich Quelle-Ziel-Gruppen sondern auch nach Altersklassen disaggregieren. Begründen Sie, welche dieser beiden Disaggregierungen jeweils in folgenden Aufgabenstellungen wichtiger ist:

- *Langfristigen Prognose des täglichen Verkehrsaufkommens (Verkehrsleistung) und des globalen Modal-Splits im kompletten Untersuchungsgebiet,*
- *Ermittlung der kritischen Stellen eines Netzwerkes zur Rush-hour nach einer überschaubaren lokalen Planungsmaßnahme.*

Bei der langfristigen Prognose spielt vor Allem der demografische Wandel eine Rolle: Da man die Altersstruktur einerseits über sehr lange Zeiträume präzise prognostizieren kann, andererseits diese eine wichtige Rolle bei der Nachfrage spielt (Rentner haben andere Fahrprofile als Erwerbstätige), ist bei der langfristigen Prognose der Verkehrsleistung und des globalen Modal-Split v.A. eine Disaggregierung bezüglich des Alters sinnvoll.
Bei einer kurzfristigeren und lokalen Planungsmaßnahme ist hingegen die klassische Disaggregierung nach Quelle-Ziel-Gruppen wichtiger.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Vorschlag Punkteverteilung von Arne: 5,5.

(a) *Wie könnte man bei Aufteilungsmodellen die Auswirkungen einer 20%igen Preiserhöhung des ÖPNV bzw. einer Kraftstoffpreiserhöhung von 20% modellieren?*

Man definiert die Widerstands- bzw. Nutzenfunktionen nicht nur durch die Reisezeit, sondern auch durch die Kosten (Ticket- bzw. Kraftstoffkosten):

$$W_{ijk} = -U_{ijk} = T_{ijk} + \beta_c C_{ijk}$$

Der Parameter β_c gibt das Zeitäquivalent einer Geldeinheit an Kosten an, z.B. 15 €/h.

(b) *Wie geht man bei der Aufteilung vor, wenn bestimmte Nutzergruppen über bestimmte Verkehrsmittel (z.B. Kfz, Rad) nicht verfügen?*

Man lässt die entsprechenden Alternativen im Aufteilungsmodell einfach weg. Verfügen z.B. 40% der Bezugspersonen über kein Kfz, wird die Aufteilung für die beiden Gruppen separat mit bzw. ohne Kfz-Alternative durchgeführt.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Vorschlag Punkteverteilung von Arne: 8*2+4; jede richtige Zuordnung 2P, jede falsche 0

(a) *Ordnen Sie die folgende Liste von Variablen dem Flussdiagramm zu, indem Sie die entsprechenden Buchstaben (A, B, C etc) über die Pfeile setzen. Jeder Pfeil kann gar nicht, einfach oder mehrfach belegt sein. In der Liste können sich auch irrelevante (nicht zuzuordnende) Größen befinden.*

A Verkehrsstrommatrix V_{ij}

B Tagesganglinien

C Quellsummen Q_i und Zielsummen Z_j

D Widerstandsmatrix W_{ij}

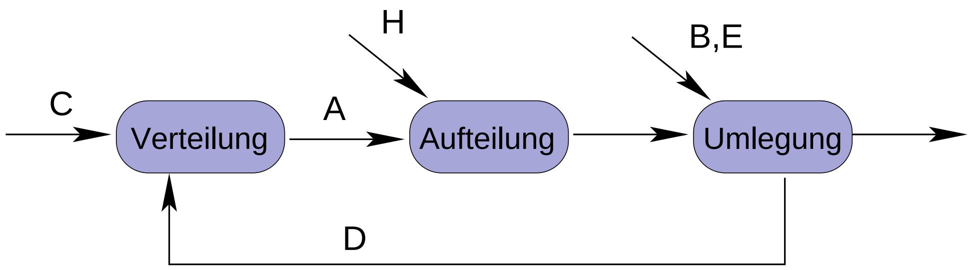
E Streckennentz einschließlich Abbiegebeziehungen, Geschwindigkeiten und Kapazitäten,

F Art der CR-Funktionen

G Einwohnerzahlen der Bezirke

H Globaler Modal-Split.

Lösung:



Die Art der CR-Funktionen ist Bestandteil des Modells. Die Parametrisierung der Kapazitäten entspricht Modellparametern, nicht aber exo- oder endogenen Variablen. Deshalb keine Zuordnung. Die Einwohnerzahlen der Bezirke sind exogene Variablen der Verkehrserzeugung, diese taucht im Diagramm aber nicht auf. Deshalb ebenfalls keine Zuordnung.

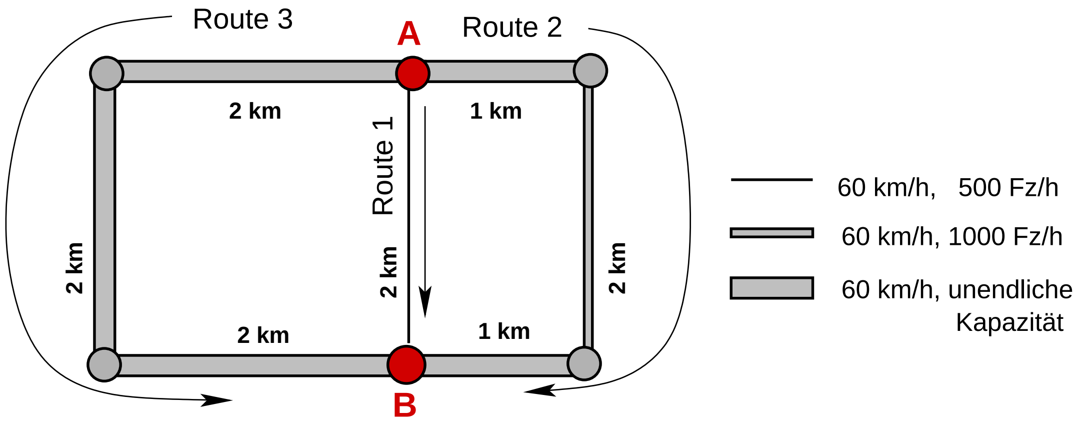
(b) *Erläutern Sie anhand des Flussdiagramms die Begriffe Verkettung und Rückkopplung von ökonometrischen Modellen. Geben Sie jeweils die exogenen und endogenen Variablen der beteiligten Modellkomponenten an.*

Verkettung: Die endogenen Variablen des einen Modells sind die exogenen des nächsten, z.B. sind die V_{ij} endogene Variable der Verteilung und exogene der Aufteilung.

Rückkopplung: Die endogenen Variablen eines Modells innerhalb einer Verkettung koppeln als exogene Variable an ein Modell “weiter vorne” in der Kette. Hier koppelt die Widerstandsmatrix (exogene Variable der Umlegung) an das Verteilungsmodell als endogene Variable zurück.

Aufgabe 5 (30 Punkte)

Vorschlag Punkteverteilung von Arne: 8,4,4,8,6



(a) Reisezeiten für lineare CR-Funktionen auf den drei Routen in Abhängigkeit der Belegungsanteile w_r und der normierten Nachfrage $q = Q_{AB}/K$ mit $K = 1000\,\mathrm{Fz/h}$:

Route 1:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{2\,\mathrm{km}}{60\,\mathrm{km/h}}\left(1+\frac{Q_1}{K_1}\right) \\ &= 2\,\mathrm{min}\left(1+\frac{w_1 Q_{\mathrm{AB}}}{K_1}\right) \\ &= 2\,\mathrm{min}\left(1+\frac{2w_1 Q_{\mathrm{AB}}}{K}\right) \\ &= 2\,\mathrm{min}\,(1+2w_1 q) \end{aligned}$$

also in Minuten:

$$T_1 = \underline{\underline{2+4qw_1}}.$$

Route 2:

$$\begin{aligned} T_2\ \ (\text{in min}) &= 2+2\left(1+\frac{w_2 Q_{\mathrm{AB}}}{K_2}\right) \\ &= 2+2\,(1+w_2 q) \\ &= \underline{\underline{4+2qw_2}} \end{aligned}$$

Route 3: Unabhängig von der Belegung gilt $T_3 = 6\,\mathrm{km}/60\,\mathrm{km/h} = \underline{\underline{6\,\mathrm{min}}}$.

(b) *Formulieren Sie allgemein das Wardop-Prinzip (in höchstens 12 Worten) und finden Sie damit (ohne Rechnung!) die Belegungsanteile w_1, w_2, w_3 im Falle sehr kleiner Nachfragen, also $q \ll 1$.*

Alle befahrenen Routen haben denselben Widerstand, alle unbefahrenen einen höheren.

Für $q \ll 1$ gilt $T_1 = 2$, $T_2 = 4$ und $T_3 = 6$, unabhängig von den w_r. Also wird nur Route 1 benutzt.

(c) *Bis zu welcher normierten Nachfrage wird nur Route 1 benutzt?*

Falls nur Route 1 benutzt wird, gilt

$$w_1 = 1, \quad w_2 = w_3 = 0$$

und damit mit den angegebenen Reisezeiten

$$T_1 = 2 + 4q, \quad T_2 = 4, \quad T_3 = 6.$$

Also gilt $w_1 = 1$ solange, bis $T_1 = T_2$ (Route 3 hat eine höhere Reisezeit und bleibt in jedem Fall außen vor), also

$$2 + 4q = 4 \Rightarrow \underline{\underline{q = \frac{1}{2}}}.$$

(d) *Nehmen Sie nun an, dass die Routen 1 und 2 benutzt werden, aber Route 3 leer bleibt. Für welche Bereich der (normierten) Nachfragen q entspricht dies dem Wardrop-Gleichgewicht? Nehmen Sie dazu zunächst das Wardop-Gleichgewicht an und berechnen Sie den Belegungsanteil $w_1(q)$. Testen Sie, ob er im Bereich zwischen 0 und 1 ist. Berechnen Sie weiterhin mit den bei (a) angegebenen Beziehungen die Reisezeit $T_1(q)$ und testen Sie, ob die Wardrop-Ungleichung für Route 3 noch erfüllt ist.*

Für diesen Fall gilt

$$w_2 = 1 - w_1, \quad w_3 = 0.$$

Aus dem Wardrop-Gleichgewicht bei belegten Routen 1 und 2 (Gleichsetzung der Reisezeiten) folgt

$$\begin{aligned} 2 + 4qw_1 &= 4 + 2q(1 - w_1) \\ (4q + 2q)w_1 &= 2 + 2q \\ 3qw_1 &= 1 + q, \end{aligned}$$

also

$$\underline{\underline{w_1(q) = \frac{1+q}{3q}}}$$

Die Belegung w_1 ist im Bereich [0,1], falls $q \geq \frac{1}{2}$. Dies ist das schon bei (c) erhaltene Ergebnis, nun "von der anderen Seite" aus.

Die Reisezeit für $w_3 = 0$ und $q \geq \frac{1}{2}$ ist gegeben durch

$$T_1(q) = T_2(q) = 2 + 4qw_1 = 2 + 4q\left(\frac{1+q}{3q}\right) = \underline{\underline{\frac{10+4q}{3}}}.$$

Diese Belegung ist im Wardrop-Gleichgewicht, solange $T_3 > T_1(q)$. Die Grenze ist also

$$T_1(q) = \frac{10+4q}{3} \stackrel{!}{=} 6 \Rightarrow \underline{\underline{q = 2}}.$$

Der Bereich des Wardrop-Gleichgewichts für belegte Routen 1 und 2, aber eine unbefahrene Route 3 ist also durch $\underline{\underline{q \in [\frac{1}{2}, 2]}}$ gegeben.

(e) *Für eine normierte Nachfrage $q = 4$ ist das Umlegungsergebnis durch die Routenaufteilung $w_1 = w_2 = 0.25$ und $w_3 = 0.5$ bzw. durch die Belegungen $q_1 = q_2 = 1$, $q_3 = 2$ gegeben. Wie sehen die Belegungen q_r für normierte Nachfragen von (i) $q = 5$ und (ii) $q = 3$ aus? Bei welcher normierten Nachfrage wird Route 3 gerade nicht mehr befahren?*

Da Route 3 eine unendliche Kapazität hat, ist T_3 immer gleich 6 (Minuten). Für hinreichend hohe Nachfragen gilt also nach Wardrop $T_1 = T_2 = T_3 = 6$. Steigert man nun die Nachfrage, bleiben die Belegungen q_1 und q_2 (nicht aber die Belegungsanteile!) "festgefroren" und die gesamte zusätzliche Nachfrage wird auf die Route 3 umgelegt. Nach der

Aufgabenstellung ist $q_1 = q_2 = 1$ und $q_3 = 2$ im Wardrop-Gleichgewicht, $q = 4$ stellt also eine "hinreichend hohe Nachfrage" dar. Dann gilt allgemein

$$q_1 = q_2 = 1, \quad q_3 = q - q_1 - q_2 = q - 2.$$

also $q_3 = 3$ für $q = 5$ und $q_3 = 1$ für $q = 3$. Die Grenze $q_3 = 0$ wird für $q = 2$ erreicht, konsistent mit dem Ergebnis von Teil (d).

Aufgabe 6 (30 Punkte)

Vorschlag Punkteverteilung von Arne: 12,6,12

Folgende Pannenstatistik (Pannen in den ersten 5 Jahren eines Kfz) soll auf die relevanten Einflussfaktoren untersucht werden:

Neupreis (in 1000 €)	22	17	18	30	44	10	28	16	42	11	9.5	55
Laufleistung (in 1000 km)	17.	12	10	8	26	10	30	15	45	11	16	49
Pannen	3.4	1.5	0.7	0.9	1.8	1.5	2.5	1.9	3.0	2.1	1.9	3.6

(a) *Führen Sie die univariate lineare Regression der Pannenhäufigkeit als Funktion des Neupreises durch und zeichnen Sie den Graph der Regressionsfunktion in das linke Streudiagramm ein.*

Univariate lineare Regression mit x_1 =Neupreis und y = Pannenhäufigkeit: Mit den Mittelwerten ($\bar{x}_2$ wird erst später gebraucht)

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} x_{1i} = \underline{\underline{25.2}}, \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} x_{2i} = \underline{\underline{20.75}}, \quad \bar{y} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} y_i = \underline{\underline{2.067}}$$

und den angegebenen Varianzen und Kovarianzen gilt

$$\beta_1 = \frac{s_{1y}}{s_{11}} = \frac{6.21}{204} = \underline{\underline{0.0304}}, \quad \beta_0 = \bar{y} - \beta_1\bar{x}_1 = 2.067 - 0.0304 * 25.2 = \underline{\underline{1.30}}.$$

(b) *Sie erhalten in Aufgabenteil (a) das unplausible Ergebnis, dass die Pannenhäufigkeit mit dem Neupreis des Fahrzeugs steigt. Was wurde hier konzeptionell falsch gemacht? Diskutieren Sie den Sachverhalt mit Hilfe der beiden anderen Streudiagramme und/oder der Kovarianzen.*

Der Fehler ist, dass man die Kilometerleistung außer acht ließ. Nun ist aber einerseits die Kilometerleistung mit dem Neupreis positiv korreliert (rechtes Streudiagramm bzw. positive Kovarianz s_{12}), es werden also teurere Wagen pro Jahr im Allgemeinen häufiger gefahren. Andererseits ist trivialerweise die Pannenhäufigkeit mit der Kilometerleistung positiv korreliert (mittleres Streudiagramm bzw. positiver Wert von s_{2y}). Man vergleicht also die Pannenhäufigkeit teurer Wagen mit tendenziell hoher Fahrleistung mit der billiger Wagen mit tendenziell geringerer Fahrleistung. Lässt man die Kilometerleistung außer acht, wird daher die Qualität teurer Wagen systematisch unter- und die billiger Wagen überschätzt.

(c) *Führen Sie nun die bivariate Regression durch. Wie ist nun die Richtung der Abhängigkeit der Pannen vom Neupreis? Zeichnen Sie das Regressionsergebnis wieder in das linke Streudiagramm ein (i) für eine feste Fahrleistung von 10 000 km, (ii) für 20 000 km.*

Die Anstiegsparameter werden durch eine Formel aus dem Skript bestimmt:

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{1y} \\ s_{2y} \end{pmatrix}$$

also

$$\begin{aligned} s_{11}\beta_1 + s_{12}\beta_2 &= s_{1y}, \\ s_{12}\beta_1 + s_{22}\beta_2 &= s_{2y}, \end{aligned}$$

mit den Lösungen

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{s_{1y}s_{22} - s_{2y}s_{12}}{\det\left(\underline{\underline{S}}\right)}, \\ \beta_2 &= \frac{s_{2y}s_{11} - s_{1y}s_{12}}{\det\left(\underline{\underline{S}}\right)}. \end{aligned}$$

Zahlenwerte durch Einsetzen der gegebenen Kovarianzen:

$$\det(\underline{\underline{S}}) = s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21} = \underline{\underline{11126}}, \quad \beta_1 = \underline{\underline{-0.0262}}, \quad \beta_2 = \underline{\underline{0.0729}}.$$

Den Achsabschnitt (*intercept*) bekommt man durch eine weitere Formel aus dem Skript:

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1\bar{x}_1 - \beta_2\bar{x}_2 = \underline{\underline{1.22}}.$$

Der Anstiegparameter ist nun negativ, teurere Wagen haben also *bei derselben Kilometerleistung* weniger Pannen als blligere.

Regressionsfunktion für feste Kilometerleistung von 10 000 km bzw. 20 000 km:

$$\hat{y}(x_1|x_2 = 10) = 1.94 - 0.0262\ x_1, \quad \hat{y}(x_1|x_2 = 20) = 2.67 - 0.0262\ x_1$$

Einzeichnen in das gegebene Streudiagramm: