Klausur TVPL und Vkök, SS 2007

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (20 Punkte)

(a)
- Exogene Variable (Input): Raumstrukturdaten für Personengruppen und Strukturmerkmale, Quelle-Ziel-Gruppen-Einteilung
- Modellparameter: Spez. Verkehrsaufkommen, Erzeugungsraten, Binnenanteile,
- Endogene Variable (Output): Quell- und Zielsummen.

(b)
- Schätzgleichungen: z.B. Bestimmungsgleichung für die Quellsummen $Q_i^{(\mathrm{g})} = n_i^{(\mathrm{g})}\sigma^{(\mathrm{g})}u_i$ der QZG vom Typ I oder andere Gleichungen aus dem Skript Kap. 2.7
- Definitionsgleichungen: z.B. Einteilung in 5, 13 oder 19 QZG, Einteilung der Bezirke, Summenbedingungen für räumliche oder verkehrliche Geschlossenheit (Gln (2.12) oder (2.123) im Skript).
- Bestimmungsgleichungen für Parameter: z.B. $\sigma^{(\mathrm{g})}$ =Zahl der Binnenwege in QZG g geteilt durch Bezugspersonenzahl in g.

(c)
- Linear: z.B. obige Gleichung $Q_i^{(\mathrm{g})} = n_i^{(\mathrm{g})}\sigma^{(\mathrm{g})}u_i$ für die Quellsummen von QZG vom Typ I ode von Zielsummen für Typ II.
- Nichtlinear: Gleichungen für die Zielsummen bei QZG Typ I, die Quellsummen bei Typ II und alle Summen bei QZG Typ III (die Nichtlinearität wird durch die Summenbedingungen hervorgerufen).

(d) Im Grundmodell

$$V_{ij} = VB_{ij}f_i g_j$$

ergeben sich nach Einsetzen der harten RSB gekoppelte Gleichungen für die Unbekannten f_i und g_j:

$$f_i = \frac{Q_i}{V\sum_j B_{ij}g_j}, \quad g_j = \frac{Z_j}{V\sum_i B_{ij}f_j}.$$

Kopplung, da die f_i und g_j auch auf den rechten Seiten der Gln auftauchen!

Zufallsmodell=bilinear, also nichtlinear.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

QZG WA ist Typ I: Also mit $u_i = v_i = 1$:

$$\text{Quellsummen:} \quad Q_i^{\mathrm{WA}} = H_i^{\mathrm{WA}} = n_i^{\mathrm{WA}}\sigma_{\mathrm{WA}}$$

$$\text{Zielsummen:} \quad Z_i^{\mathrm{WA}} = S_i^{\mathrm{WA}}\epsilon_{\mathrm{WA}}\frac{V^{\mathrm{WA}}}{\tilde{V}^{\mathrm{WA}}}$$

mit

- n_i^{WA}=Zahl der Erwerbstätigen in Bezirk i,
- S_i^{WA}=Zahl der Arbeitsplätze in Bezirk i,

- $V^{\mathrm{WA}} = H_1^{\mathrm{WA}} + H_2^{\mathrm{WA}}$=Gesamtverkehr WA,
- $\tilde{V}^{\mathrm{WA}} = (S_1^{\mathrm{WA}} + S_2^{\mathrm{WA}})\epsilon_{\mathrm{WA}}$.

Einsetzen ergibt die zweite und dritte Spalte folgender Tabelle (die von Aufgabe 3):

Bezirk	Q_i^{WA}	Z_i^{WA}	Q_i^{AW}	Z_i^{AW}
1	3500	840	720	3000
2	700	3360	2880	600

QZG AW ist Typ II, bei der Berechnung sind also Quell- und Zielsummen vertauscht:

$$\text{Zielsummen:}\quad Z_i^{\mathrm{AW}} = H_i^{\mathrm{AW}} = S_i^{\mathrm{AW}}\epsilon_{\mathrm{AW}}$$

$$\text{Quellsummen:}\quad Q_i^{\mathrm{AW}} = n_i^{\mathrm{AW}}\sigma_{\mathrm{AW}}\frac{V^{\mathrm{AW}}}{\tilde{V}^{\mathrm{AW}}}$$

mit V^{AW} und $\tilde{V}^{\mathrm{AW}}$ wie oben, nur das Superskript "WA" durch "AW" ersetzt. Einsetzen ergibt die vierte und fünfte Spalte obiger Tabelle.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

(a) Zufallsmodell:

$$V_{ij} = \frac{Q_i Z_j}{V}$$

also

$$V_{12}^{\mathrm{WA}} = \frac{3500 * 3360}{4200} = \underline{\underline{2800}}, \quad V_{12}^{\mathrm{AW}} = \frac{720 * 600}{3600} = \underline{\underline{120.}}$$

(b) Gesucht ist $Q_{12k}(t)$=Verkehrsbelastung in Fahrzeug- bzw. Personeneinheiten von 1 nach 2 mit den Verkehrsmitteln k =MIV und ÖV zu den Stunden-Zeitscheiben $t = 8$ und $t = 18$:

$$Q_{12k}(t) = \left(V_{12}^{\mathrm{WA}} f_{\mathrm{tgl}}^{\mathrm{WA}} + V_{12}^{\mathrm{AW}} f_{\mathrm{tgl}}^{\mathrm{AW}}\right)\frac{A_k}{b_k}.$$

Für die beiden Zeitscheibe t=8 (7 h - 8 h) und 18 (17-18 h) liest man aus der Abbildung:

$$f^{\mathrm{WA}}(8) = 0.3, \quad f^{\mathrm{WA}}(8) = 0, \quad f^{\mathrm{AW}}(18) = 0, \quad f^{\mathrm{AW}}(18) = 0.2.$$

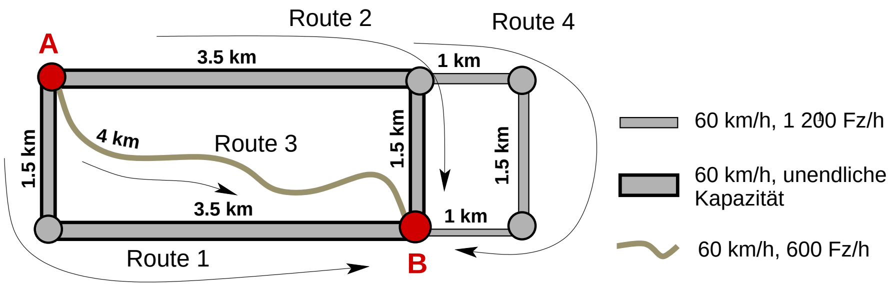
Für die Verkehrsmittel k = MIV und ÖV gilt ferner

$$\frac{A_{\mathrm{MIV}}}{b_{\mathrm{MIV}}} = \frac{1}{3}, \quad \frac{A_{\mathrm{OEV}}}{b_{\mathrm{OEV}}} = 0.3.$$

Setzt man dies in obige Formel ein, erhält man (M=MIV, O=ÖV):

$$Q_{12M}(8) = 280, \qquad Q_{12M}(18) = 8,$$
$$Q_{12O}(8) = 252, \qquad Q_{12M}(18) = 7.2.$$

Aufgabe 4 (30 Punkte)



(a) Wardrop: (i) Alle benutzten Routenalternativen haben dieselbe minimale Reisezeit, (ii) alle nichtbenutzten eine höhere. Route R4 weist mindestens eine Reisezeit von 7 min, während man auf den Routen R1 und R2 *unabhängig* von ihren Belastungen immer 5 Minuten benötigt. Also ist Wardrop (ii) für R4 immer erfüllt.

(b) Nein, da wegen der unendlichen Kapazität auf allen Kanten von R1 und R2 die Wardrop-Bedingung (i) für *beliebige* Belastungen bezüglich R1 und R2 erfüllt ist, zumindest solange R3 nicht kürzer ist. Man kann also nur für die *Summe* $w_1 + w_2 = 1 - w_3$ der Anteile auf R1 und R2 Angaben machen.

(c) Zunächst gilt immer

$$T_1 = T_2 = \frac{5\text{ km}}{60\text{ km/h}} = \frac{5\text{ km}}{1\text{ km/min}} = 5\text{ min}$$

bzw. $T_1 = T_2 = 5$, wenn man Zeiten in Einheiten von 1 Minute misst.

Wardrop (i), $T_1 = T_3$, liefert mit $Q_{\text{AB}}/K_3 := q$

$$4\left[1 + (qw_3)^\gamma\right] = 5$$

und nach Auflösung für den Anteil w_3 auf Route 3:

$$w_3(q) = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{1/\gamma}}{q}.$$

Da aber $w_3(q) \leq 1$ sein muss, greift für skalierte Nachfragen q unterhalb eines kritischen Wertes Wardrop(ii), d.h. Route 3 wird ausschließlich benutzt:

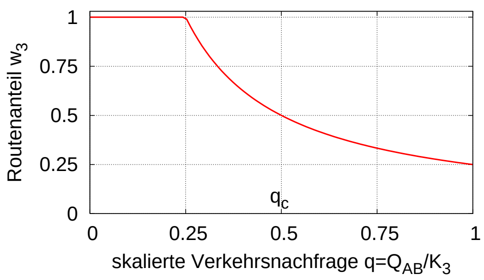
$$w_3 = \begin{cases} 1 & q \leq q_c \\ \frac{q_c}{q} & \text{sonst.} \end{cases}, \quad q_c = \left(\frac{1}{4}\right)^{1/\gamma}.$$

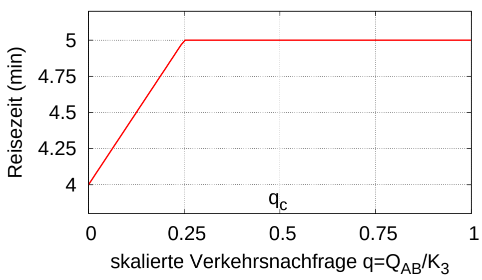
Die entsprechenden Zeiten der kürzesten Wege sind

$$T_{\min} = T_3 = \begin{cases} 4\,(1 + q^\gamma) & q \leq q_c \\ 5 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(d) Für $\gamma = 2$ gilt

$$w_3 = \begin{cases} 1 & q \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2q} & \text{sonst,} \end{cases} \qquad \text{sowie} \quad T_3 = \begin{cases} 4\,(1 + q^2) & q \leq \frac{1}{2} \\ 5 & \text{sonst.} \end{cases}$$





(e) Webster für Route 3:

$$T_3 = T_{03} + \frac{q_3}{K_3(1-q_3)}$$

Mit

$$q_3 = \frac{Q_3}{K_3} = \frac{Q_{\mathrm{AB}} w_3}{K_3} = q w_3$$

und (man beachte die Einheit Minuten bei der Definition von T_3!)

$$K_3 = \frac{600}{\mathrm{h}} = \frac{10}{\mathrm{min}}$$

ergibt sich die Zeit auf R3 zu

$$T_3 = 4 + \frac{q w_3}{10(1-q w_3)}.$$

Aus der Wardrop-Bedingung $T_3 = T_1$ ergibt dies $w_3(q) = \frac{10}{11q}$ und damit

$$w_3(q) = \begin{cases} 1 & q \le \frac{10}{11} \\ \frac{10}{11q} & \text{sonst.} \end{cases}, \quad T_3 = \begin{cases} 4 + \frac{q w_3}{10(1-q w_3)} & q \le \frac{10}{11} \\ 5 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 5 (15 Punkte)

(a) Hier gibt es vier Klassen: $k = 1$: weiblich, berufstätig, $k = 2$: weiblich, nicht berufstätig, ..., $k = 4$: männlich, nicht berufstätig. die Entzerrungsfaktor-Formel,

$$E_k = \frac{\theta_k}{f_k}$$

liefert die Faktoren

$$E_1 = \frac{0.26 * 1200}{250} = 1.248, \qquad E_2 = \frac{0.26 * 1200}{400} = 0.78,$$
$$E_3 = \frac{0.36 * 1200}{250} = 1.728, \qquad E_4 = \frac{0.12 * 1200}{300} = 0.48.$$

Entzerrter Schätzer für den mittleren Anteil A an "ÖV-Bevorzugern" mit dem Klassenanteil A_k aus der letzten Spalte der Tabelle:

$$\hat{A}^{(\mathrm{E})} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{1200} E_i A_i = \sum_{k=1}^{4} \theta_k A_k = \underline{\underline{38.1\%}}$$

Vergleich "naiver" Schätzer mit arithmetischen Mittel:

$$\hat{A}^{(\mathrm{naiv})} = \bar{A} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{1200} A_i = \sum_{k=1}^{4} f_k A_k = \underline{\underline{47.7\%}}$$

(b) z.B. dass Berufstätige weniger Zeit haben und sich deshalb öfters verweigert haben, an der Befragung teilzunehmen.

(c) Da man in der Straßenbahn eine Vorselektion an ÖV-Bevorzugern vorfindet, wäre die Stichprobe stark verzerrt 9und nicht durch besprochene Maßnahmen wie Klassierung oder Entzerrungsfaktoren zu "korrigieren"!)

Aufgabe 6 (20 Punkte)

(a) Matrix der direkten Aufwandskoeffizienten aus Angabe:

$$A = \frac{1}{100}\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 38 & 46 \end{pmatrix}$$

damit

$$\det(1-A) = \frac{1}{10\,000}(94 * 54 - 2 * 38) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

damit

$$B = \frac{1}{\det(1-A)}\begin{pmatrix} 1-a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & 1-a_{11} \end{pmatrix} = \frac{1}{50}\begin{pmatrix} 54 & 2 \\ 38 & 94 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.08 & 0.04 \\ 0.76 & 1.88 \end{pmatrix}.$$

(b) Gesamtausstoss an Produkten der Sektoren 1 und 2 in Einheiten der Nachfrage y_1 an Produkten des Sektors 1:

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{y_1} &= b_{11} + b_{12}\frac{y_2}{y_1} = 1.44, \\ \frac{x_2}{y_1} &= b_{21} + b_{22}\frac{y_2}{y_1} = 17.68. \end{aligned}$$

bzw:

$$\begin{aligned} x_1 &= b_{11}y_1 + b_{12}y_2 = 0.144, \\ x_2 &= b_{21}y_1 + b_{22}y_2 = 1.768. \end{aligned}$$

Damit ist der Anteil der Fahrzeuge an den insgesamt produzierten Gütern durch

$$\frac{x_1}{x_1 + x_2} = \underline{\underline{7.53\%}}.$$

(c) Nachfrage nach Kraftfahrzeugen steigt um 10%: $\Delta y_1 = 0.1 y_1$, die nach anderen Gütern ist unverändert, $\Delta y_2 = 0$. Damit Anstieg der Gesamtproduktionen der beiden Sektoren:

$$\frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{b_{11}\Delta y_1}{x_1} = \frac{0.1 b_{11}}{\frac{x_1}{y_1}} = \frac{0.1 b_{11}}{1.44} = \underline{\underline{7.5\%}}.$$

sowie

$$\frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{b_{21}\Delta y_1}{x_2} = \frac{0.1 b_{21}}{\frac{x_2}{y_1}} = \frac{0.1 b_{21}}{17.68} = \underline{\underline{0.43\%}}.$$

(d) *aus dieser Klausur rausgestrichen*

1-Sektor-Modell mit den Verhältnissen bei Teil (b). Es gilt (in Einheiten von y_1):

$$x = x_1 + x_2 = 19.12, \quad y = y_1 + y_2 = 10$$

und damit

$$b = \frac{x}{y} = 1.912, \quad a = 1 - \frac{1}{b} = \underline{\underline{0.477}}.$$