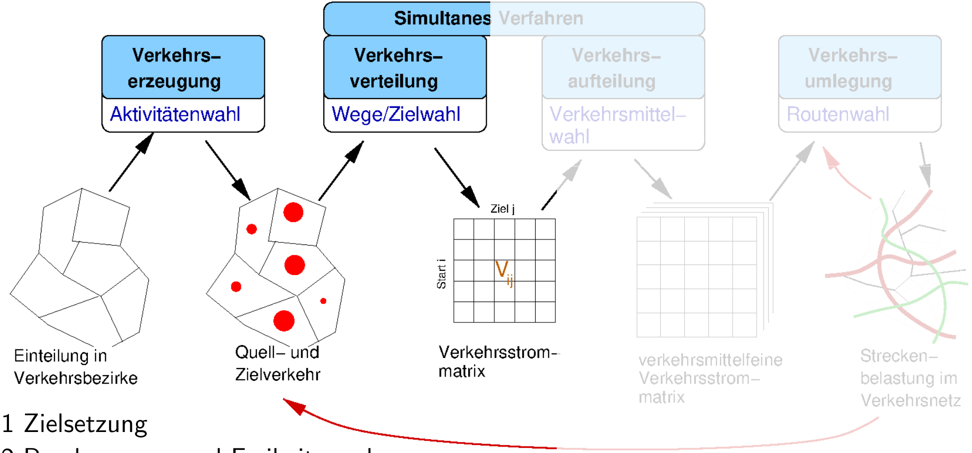
6. Zielwahl bzw. Verkehrsverteilung



- 6.1 Zielsetzung
- 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade
- 6.3 Grundmodell der Verteilung
- 6.4 Widerstand und Wegebewertung
- 6.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl
- 6.6 Konkrete Modelle
- 6.7 Lösung der Modelle

6.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente V_{ij} der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \qquad \text{Quellsummenbedingung,}$$
$$\sum_i V_{ij} = Z_j \qquad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- V_{ij}^g: mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk i nach Bezirk j
  ggf disaggregiert nach QZG g, aber die spielen hier keine Rolle, da sequentiell bearbeitet; keine Kopplung
- Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- Die **Gesamtmobilität** (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

$$
\begin{array}{l||cccc||c}
 & j=1 & j=2 & \cdots & j=n & \sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i \\
\hline\hline
i=1 & V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} & Q_1 \\
i=2 & V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} & Q_2 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
i=n & V_{n1} & V_{n2} & \cdots & V_{nn} & Q_n \\
\hline\hline
\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j & Z_1 & Z_2 & \cdots & Z_n & V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i
\end{array}
$$

- Bei n Bezirken gibt es n^2 Unbekannte V_{ij} bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben **weiche** bzw **freie** Randsummen $\Rightarrow$ **Lagegunst** spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

6.3 Grundmodell der Verteilung

$$\frac{V_{ij}}{V} := v_{ij} = B_{ij} f_i g_j, \quad B_{ij} = B(W_{ij}) \quad \text{Grundmodell der Verteilung}$$

Die Verkehrsströme sind proportional ...

- zum gesamten täglichen Verkehrsaufkommen $V = \sum_{ij} V_{ij}$ (in der jeweiligen Quelle-Ziel Gruppe)
- zur **Bewertung B_{ij}** des **Widerstands W_{ij}** bzw. der Attraktivität des entsprechenden Weges,
- zu zwei multiplikativen Faktoren f_i und g_j, deren Werte sich aus den Quell- und Zielsummen sowie aus der Art der RSB ergeben: **bilineares Modell**

Ohne Wegebewertung ("alle Wege sind gleich attraktiv", $B_{ij} = 1$, **Zufallsmodell**) ergibt sich $f_i = Q_i/V \equiv q_i$ und $g_j = Z_j/V \equiv z_j$: Der Verkehr $V_{ij} = V q_i z_j$ auf Relation $i- > j$ ist dann proportional ...

- zum Gesamtverkehr V
- zum Anteil q_i des Verkehrs, der aus Bezirk i kommt
- zum Anteil z_j des Verkehrs, der Bezirk j als Ziel hat

6.4 Widerstand und Wegebewertung

Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von i nach j ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

? Geben Sie weitere Faktoren an!

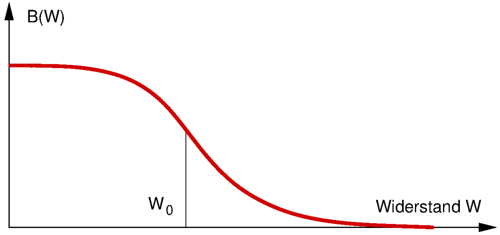
!
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

? Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

? Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes



- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W}$ $\Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E]$ $\Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da B nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W\to\infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des kassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

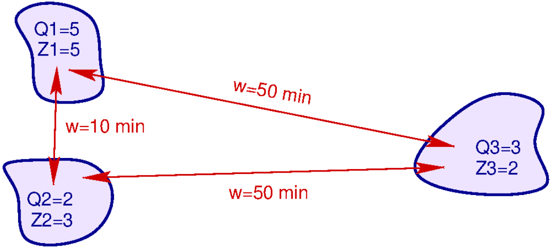
Lagegunst der Bezirke

$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij} Z_j + B_{ji} Q_j)$$

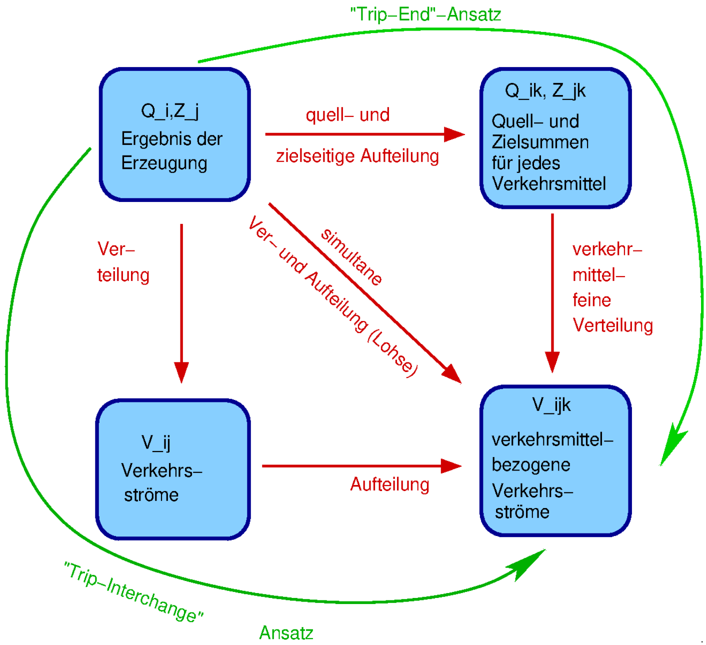
Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks i geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär"). Machen Sie sich die Formel und den Wertebereich von 0 bis 1 plausibel Erster Term Ziel-, zweiter Term Quell-Lagegunst; $B_{ij} \le 1$ und $V = \sum_j Q_j = \sum_j Z_j$

- Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_j^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_i B_{ij} Q_i$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij} Z_j$
- Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht

? Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?



6.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl



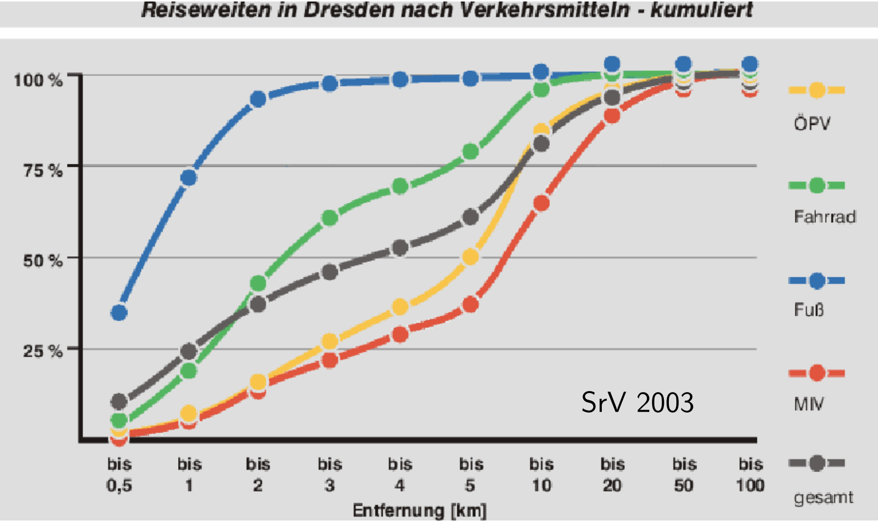
Das Henne-Ei-Problem

- **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie in dieser VL)
- **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl**:
  - Ebenso wie die Zielwahl baut die Verkehrsmittelwahl auf Zeiten, Kosten, Flexibilität usw auf $\Rightarrow$ beschreibe sie einheitlich mit derselben Methodik $\Rightarrow$ VS-Matrizen V_{ijk}
  - Die RSB werden dann zu $\sum_j \sum_k V_{ijk} = Q_i$ usw.
  - Das Wilson-Modell wird dann zum **Multinomial-Logit-Modell (MNL)**

Beschreiben Sie das "Henne-Ei-Problem" bei den ersten beiden Ansätzen

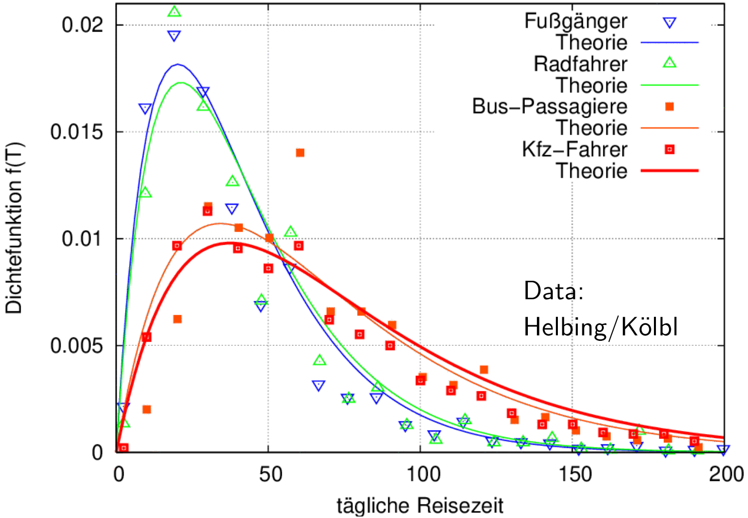
- Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände zu den Zielen ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekannten Modus ab
- Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

Empirie: Beispiel der entfernungsabhängigen Häufigkeit



⇒ zurück zu Wilson-Modell

Größerer Datensatz



⇒ zurück zu Wilson-Modell

6.6. Konkrete Modelle

1. Zufallsmodell: $B(W) = 1$

- Die Weglänge oder andere Widerstandsfaktoren spielen keine Rolle
- Nur für sehr kleine Untersuchungsgebiete und als akademische Spielerei
- Einziges Modell, in welchem unabhängig von der Art der RSB immer eine analytische Lösung vorliegt:

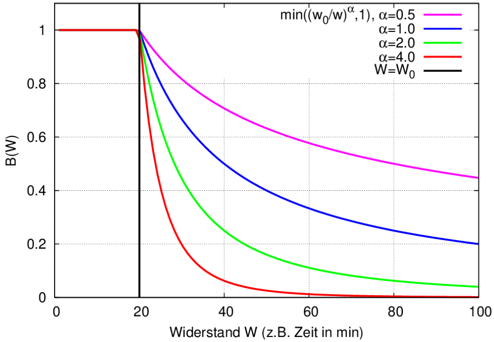
$$v_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} = q_i z_j$$

? Stellen Sie einen Bezug zur statistischen Unabhängigkeit von Ereignissen dar!

! Da die q_i und z_j relative Quell- und Zielsummen darstellen bzw ("Gesetz der großen Zahlen") die Wahrscheinlichkeit, dass im Untersuchungsgebiet eine Fahrt von Bezirk i beginnt bzw in j endet, entspricht $v_{ij} = q_i z_j$ direkt der Definition der statistischen Unabhängigkeit: Wahrscheinlichkeit v_{ij} eines Weges von i nach j gleich des Produktes der Einzelereignisse "Start von i" und "Ziel in j"

Konkrete Modelle 2: Klassisches Gravitationsmodell

$$B(W) = \min\left[1, \left(\frac{W_0}{W}\right)^E\right] \quad \textbf{Gravitationsmodell}$$



Der Name stammt vom Gravitationsgesetz der Physik $F_{\text{grav}} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$ (Spezialfall $E = 2$)

? Stellen Sie den Bezug zwischen dem Gravitationsmodell und dem Gravitationsgesetz dar!

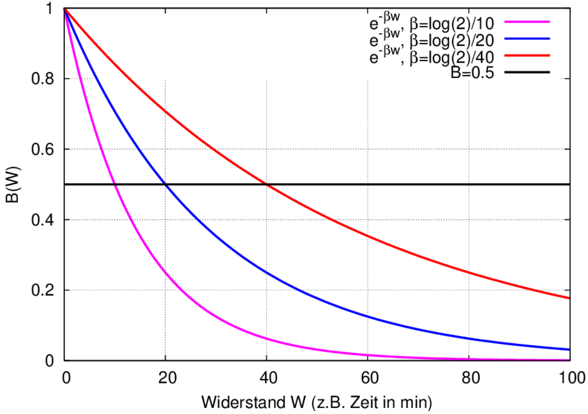
! Klassische Gravitation mit $\gamma = 1$ ergibt sich für $E = 2$, Widerstand gleich Entfernung und ohne die Beschränkung auf ≤ 1. Die beiden Massen kann man grob mit den Quell- und Zielsummen vergleichen, die in der allgemeinen Lösung $v_{ij} = f_i g_j B(W_{ij})$ die dominante Rolle spielen (s.u.)

Zwei Parameter:

- Exponent E
- kritischer Widerstand W_0, ab der die Bewertung abnimmt

Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W}$$ **Wilson-Modell**



Ein einziger Parameter: Abfallrate β bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung $\Rightarrow$ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl $\Rightarrow$ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

Vergleich des Wilson-Modells mit der Empirie

Die Empirie, Abschnitt 6.5 zeigt bei der Reiseweitenverteilung für jedes Verkehrsmittel (außer Fußwege) zunächst einen linearen Anstieg, dann einen exponentiellen Abfall. Erklärung?

- Annahme freie RSB auf Quell- und Zielseite $\Rightarrow$ Verkehrsstromanteil v_{ij} proportional $B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j$ (siehe nächsten Abschnitt)
- Annahme homogene Stadt $\Rightarrow$ Zieldichte als Funktion der Entfernung r steigt linear mit r (=Zahl der Bezirke in einem Ring mit Radius r und fester Breite)
- Für einen Modus steigt die Reisezeit $T(r)$ linear mit r $\Rightarrow$ Wilson-Bewertung $= e^{-r/r_0}$
- Bei jedem Startbezirk ist damit die Reiseweiten-Dichtefunktion proportional zur Zieldichte und zur Bewertungsfunktion

$$f(r) \propto r\, e^{-r/r_0}$$

$\Rightarrow$ Vergleich mit der Empirie

6.7 Lösung der Modelle

Je nach QZG sind “harte” oder “weiche” RSB dem Sachverhalt angemessen:

- Wege verplichtend (WA, AW, WB usw.): $\Rightarrow$ beidseitig harte RSB
- nur Quell-Aktivität verplichtend (WE, WS, AS usw.): $\Rightarrow$ quellseitig hart und zielseitig weich/frei
- nur Ziel-Aktivität verplichtend (EW, SW, SA usw.): $\Rightarrow$ zielseitig hart und quellseitig weich/frei
- Quell- und Zielort wählbar (i.A. nur QZG “SS”) $\Rightarrow$ beidseitig weich/frei

1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen Q_i bzw. q_i
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum\limits_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i\tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_k \tilde{q}_k = \sum_l \tilde{z}_l = 1$ berücksichtigen, $\sum_l$ hinter $\tilde{q}_k$ schieben

2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum\limits_k B_{ik} \tilde{z}_k}.$$ quellseitig harte, zielseitig freie RSB

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum\limits_k B_{kj} \tilde{q}_k}.$$ zielseitig harte, quellseitig freie RSB

? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j V_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i$ ✓
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

! Einfach: $\sum_k \tilde{z}_k = \sum_k \tilde{q}_k = 1$

3. Beidseitig harte RSB

Grundmodell $v_{ij} = B_{ij} f_i g_j \Rightarrow$ bilineare Gleichungssystem für f_i und $g_j \Rightarrow$ nur iterativ zu lösen, indem man in den RSB $q_i = \sum_j v_{ij} = f_i \sum_j g_j B_{ij}$ und $z_j = \sum_i v_{ij} = g_j \sum_i f_i B_{ij}$ jeweils die letzte Info einsetzt:

- Iteration 0 (Anfangswerte): $f_i^{(0)} = g_j^{(0)} = 1 \; \forall i, j$
- Iteration $m \geq 1$:

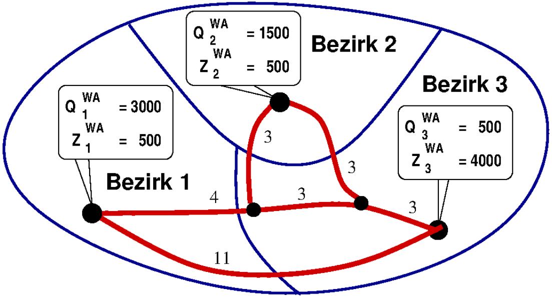
$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$

$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

? Vertauscht man in jedem Iterationsschritt $m > 0$ die Reihenfolge, berechnet also zuerst $g_j^{(m)}$ aus $f_i^{(m-1)}$, dann $f_i^{(m)}$ aus $g_j^{(m)}$, konvergieren die f_i und g_j gegen *völlig andere* Werte. Dennoch sind die konvergierenden V_{ij} gleich und insbesondere die RSB erfüllt. Wie kann das sein?

! Da es nur auf das *Produkt* $f_i g_j$ ankommt, vgl. Tutorial 6.

Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$



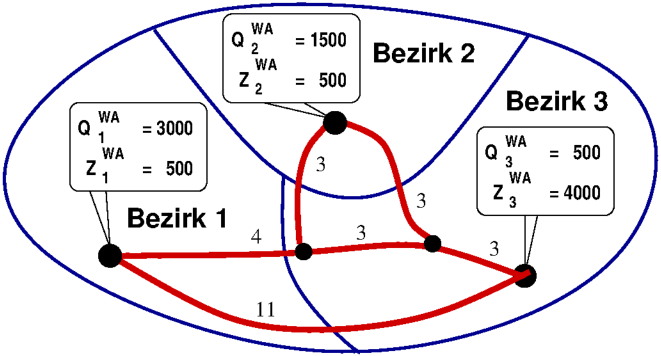
$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1,$$
$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 1 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$
$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

Iteration	$i=1$	$i=2$	$i=3$
0	$f_1 = 1$	$f_2 = 1$	$f_3 = 1$
0	$g_1 = 1$	$g_2 = 1$	$g_3 = 1$
1	$f_1 = 0.321808176647478$	$f_2 = 0.146670797315656$	$f_3 = 0.0521732485668318$
1	$g_1 = 0.241641497008773$	$g_2 = 0.298410105823893$	$g_3 = 3.18655908107113$
2	$f_1 = 0.384099031406901$	$f_2 = 0.138425776173922$	$f_3 = 0.0290763184178919$
2	$g_1 = 0.215733059387455$	$g_2 = 0.289753337754216$	$g_3 = 3.24743684082831$
3	$f_1 = 0.386029450360936$	$f_2 = 0.137670610406493$	$f_3 = 0.028687649604386$
3	$g_1 = 0.215077700082051$	$g_2 = 0.289761611156671$	$g_3 = 3.2486626136856$
4	$f_1 = 0.386079207727287$	$f_2 = 0.137648151373062$	$f_3 = 0.028679510817527$
4	$g_1 = 0.21506122851403$	$g_2 = 0.289763472532253$	$g_3 = 3.24869110728804$

Ergebnis der Rechnung für die beidseitig harten RSB



Verkehrsstrommatrix $V_{ij} = VB_{ij} f_i g_j$:

Wilson:

V_{ij}	1	2	3	Q_i
1	415	278	2 307	3 000
2	74	199	1 227	1 500
3	11	23	466	500
Z_j	500	500	4 000	5 000

Vgl Zufall:

V_{ij}	1	2	3	Q_i
1	300	300	2 400	3 000
2	150	150	1 200	1 500
3	50	50	400	500
Z_j	500	500	4 000	5 000