Verkehrsökonometrie für Bachelor-Studierende

Sommersemester 2024, Lösungsvorschläge zu Übung Nr. 5

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 5.1: Verkehrserzeugung und Tagesganglinien

(a) Quell- und Zielverkehrsaufkommen für die QZG des Typs I.

Typ I heißt, dass die Wohnung der Ausgangspunkt der entsprechenden Wege ist, also sind dies in der Fünfer-Einteilung die QZG WA und WS. In diesem QZG-Typsind die Quellsummen an die Bezugspersonen gekoppelt und daher genauer bestimmbar als die Zielsummen. Daher werden die Quellsummen zur Ermittlung des Gesamt-Verkehrsaufkommens V^g der jeweiligen QZG über alle Bezirke herangezogen: Siehe Vorlesung

Größe (Typ I)	WA	WS
$H_1 = Q_1$	$450 * 0.8 = 360$	$900 * 1 = 900$
$H_2 = Q_2$	$50 * 0.8 = 40$	$100 * 1 = 100$
$V = \sum_i H_i$	400	1 000
$\tilde{Z}_1$	$100 * 0.9 = 90$	$30 * 20 = 600$
$\tilde{Z}_2$	$300 * 0.9 = 270$	$50 * 20 = 1\,000$
$\tilde{V} = \sum_i \tilde{Z}_i$	360	1 600
$\alpha = V/\tilde{V}$	$10/9$	$10/16$
$Z_1 = \alpha \tilde{Z}_1$	$90 * 10/9 = 100$	$600 * 10/16 = 375$
$Z_2 = \alpha \tilde{Z}_2$	$270 * 10/9 = 300$	$1\,000 * 10/16 = 625$

(b) Quell- und Zielverkehrsaufkommen für die QZG des Typs II

Typ II heißt, dass die Wohnung das Ziel der entsprechenden Wege ist, also sind dies in der Fünfer-Einteilung die QZG AW und SW. In diesem QZG-Typsind die Zielsummen an die Bezugspersonen gekoppelt und daher genauer bestimmbar als die Quellsummen. Daher werden die Zielsummen zur Ermittlung des Gesamt-Verkehrsaufkommens V^g der jeweiligen QZG über alle Bezirke herangezogen. Summa Sumamrum werden also im berechnungsschema einfach Quellen und Ziele „vertauscht“:

Größe (Typ II)	AW	SW
$H_1 = Z_1$	$450 * 0.6 = 270$	$900 * 1 = 900$
$H_2 = Z_2$	$50 * 0.6 = 30$	$100 * 1 = 100$
$V = \sum_i H_i$	300	1 000
$\tilde{Q}_1$	$100 * 0.8 = 80$	$30 * 20 = 600$
$\tilde{Q}_2$	$300 * 0.8 = 240$	$50 * 20 = 1\,000$
$\tilde{V} = \sum_i \tilde{Q}_i$	320	1 600
$\alpha = V/\tilde{V}$	$15/16$	$10/16$
$Q_1 = \alpha\tilde{Q}_1$	$80 * 15/16 = 75$	$600 * 10/16 = 375$
$Q_2 = \alpha\tilde{Q}_2$	$240 * 15/16 = 225$	$1\,000 * 10/16 = 625$

(c) Quell- und Zielverkehrsaufkommen für die QZG des Typs III

Da hier der Wohnbezirk weder Quelle noch Ziel sein muss, wird zunächst Symmetrie ($\tilde{Q}_i = \tilde{Z}_i$) der mit den *Strukturmerkmalen* des jeweiligen Bezirks berechneten Quell- und Zielverkehre angenommen, im ersten Schritt wie in den anderen QZG der Gesamtverkehr auf den Heimatverkehr hochgerechnet ($\rightarrow \hat{Q}_i = \hat{Z}_i$) und damit räumliche Geschlossenheit (jeder kommt irgendwo an) auch in dieser QZG erreicht. Neu ist der weitere Schritt, um zeitliche Geschlossenheit *in jedem Bezirk* zu garantieren: Jeder ist um Mitternacht zu Hause. Dazu wird für jeden Bezirk die halbe Bilanzabweichung b_i aller QZG jeweils addiert bzw. subtrahiert, um letztendlich die räumlich und zeitlich konsistenten Summen $Q_i = \hat{Q}_i + b_i$ und $Z_i = \hat{Z}_i - b_i$ zu erhalten

Größe (Typ III)	nur SS
H_1	$900 * 1.2 = 1\,080$
H_2	$100 * 1.2 = 120$
$V = \sum_i H_i$	1200
$\tilde{Q}_1 = \tilde{Z}_1$	$30 * 12 = 360$
$\tilde{Q}_2 = \tilde{Z}_2$	$30 * 12 = 600$
$\tilde{V} = \sum_i \tilde{Q}_i$	960
$\alpha = \hat{V}/\tilde{V}$	5/4
$\hat{Q}_1 = \hat{Z}_1 = \alpha\tilde{Q}_1$	450
$\hat{Q}_2 = \hat{Z}_2 = \alpha\tilde{Q}_2$	750
$b_1 = \frac{1}{2}(Z_1^{I+II} - Q_1^{I+II})$	$\frac{1}{2}(100 + 375 + 270 + 900 - 360 - 900 - 75 - 375) = -32.5$
$b_2 = \frac{1}{2}(Z_2^{I+II} - Q_2^{I+II})$	$\frac{1}{2}(300 + 625 + 30 + 100 - 40 - 100 - 225 - 625) = +32.5$
$Q_1 = \hat{Q}_1 + b_1$	417.5
$Q_2 = \hat{Q}_2 + b_2$	782.5
$Z_1 = \hat{Z}_1 - b_1$	482.5
$Z_2 = \hat{Z}_2 - b_2$	717.5

(d) Tagesganglinien

Die abgebildeten Tagesganglinien (TGL) geben die relative Häufigkeit f_t^g der Wege in QZG g an, welche in der Zeitscheibe t stattfindet: Wir legen fest, dass $t = 1$ dem Zeitraum von 0:00 bis 1:00 ... $t = 24$ dem Zeitraum von 23:00 bis 24:00 entsprechen soll.

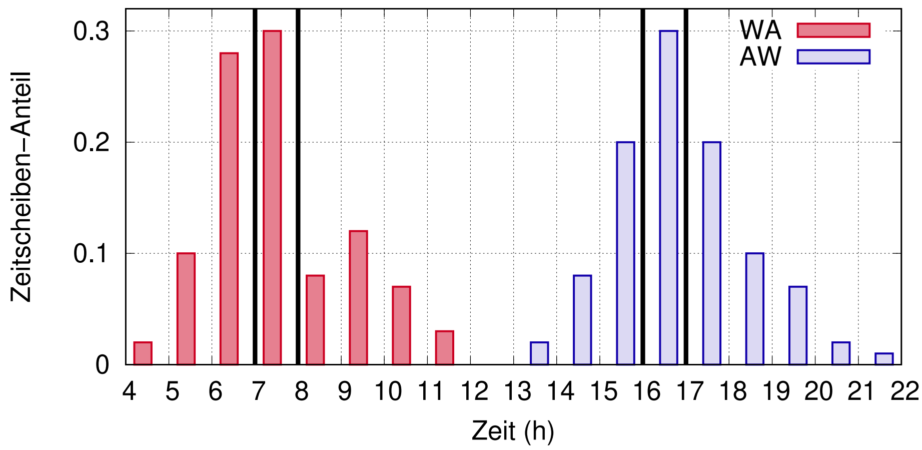
Die Gesamtsummen ergeben sich durch *Disaggregierung* bezüglich der Zeitscheibe und *Aggregierung* bezüglich der QZG:

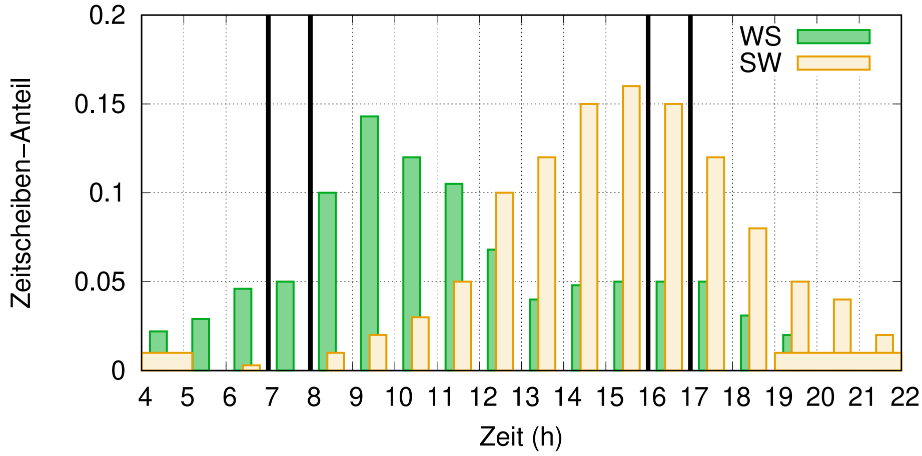
$$Q_i(t) = \sum_g Q_i^g f_t^g, \quad Z_i(t) = \sum_g Z_i^g f_t^g.$$

Insbesondere wird angenommen, dass der komplette Weg innerhalb einer Zeitscheibe stattfindet (statische Betrachtung), sodass die Quell- und Zielsummen für jede QZG dieselbe relative Häufigkeit f_t^g als Multiplikator erhalten. Man beachte, dass durch die "Punkt vor-Strich-Regel" *zuerst* disaggregiert und dann aggregiert wird!

(i) *Morgendliche Rush-hour, 7:00h-8:00h, t=8*

Die relevanten „Zeitscheiben" werden von den Abbildungen abgelesen:

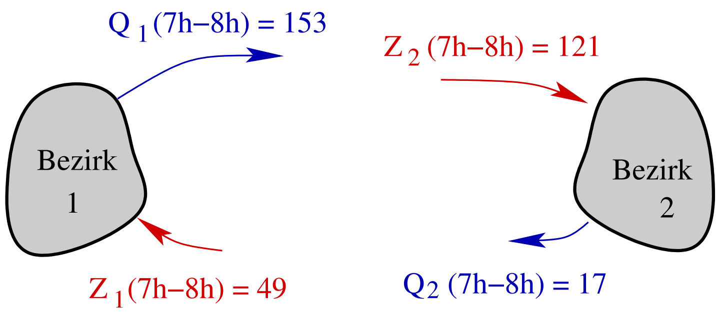




$$f_8^{\mathrm{WA}} = 0.3, \quad f_8^{\mathrm{WS}} = 0.05, \quad f_8^{\mathrm{AW}} = 0.0, \quad f_8^{\mathrm{SW}} = 0.0, \quad f_8^{\mathrm{SS}} = 0.0$$

und damit

$$\begin{array}{llll} Q_1(\text{7:00-8:00}) & = 0.3 * 360 & +0.05 * 900 & \approx \underline{\underline{153.0}}, \\ Q_2(\text{7:00-8:00}) & = 0.3 * 40 & +0.05 * 100 & \approx \underline{\underline{17.0}}, \\ Z_1(\text{7:00-8:00}) & = 0.3 * 100 & +0.05 * 375 & \approx \underline{\underline{48.75}}, \\ Z_2(\text{7:00-8:00}) & = 0.3 * 300 & +0.05 * 625 & \approx \underline{\underline{121.25}}. \end{array}$$



Man beachte, dass die QZG SS hier keine Rolle spielt, da der dadurch verursachte Verkehr erst um 8:00 (Beginn Zeitscheibe $t = 9$) anfängt. Das Ergebnis wird durch obenstehende Grafik veranschaulicht (wenn man innerbezirklichen Verkehr vernachlässigt, der durchaus auch eine Rolle spielen kann, vgl. nächstes Übungsblatt): Verkehr fließt hauptsächlich vom Wohngebiet 1 in das Gewerbe/Industriegebiet 2, aber es gibt auch umgekehrte Ströme.

(ii) *Abendliche Rush-hour 16:00h-17:00h, t=17*

Das Verfahren geht genau analog. Im Ergebnis geht der Verkehr bevorzugt von Bezirk 2 aus und das Ziel ist bevorzugt der Wohnbezirk 1:

$$Q_i(\text{16:00-17:00}) = \sum_g Q_i^g f_{17}^g, \quad Z_i(\text{16:00-17:00}) = \sum_g Z_i^g f_{17}^g.$$

mit

$$f_{17}^{\text{WA}} = 0.0, \quad f_{17}^{\text{WS}} = 0.05, \quad f_{17}^{\text{AW}} = 0.3, \quad f_{17}^{\text{SW}} = 0.15, \quad f_{17}^{\text{SS}} = 0.1$$

und damit

$$\begin{aligned} Q_1(\text{16:00-17:00}) &\approx \underline{\underline{165.5}}, \\ Q_2(\text{16:00-17:00}) &\approx \underline{\underline{244.5}}, \\ Z_1(\text{16:00-17:00}) &\approx \underline{\underline{283.0}}, \\ Z_2(\text{16:00-17:00}) &\approx \underline{\underline{127.0}}. \end{aligned}$$

(e) Quelle-Ziel-Relationen (Verkehrsstrommatrizen)

$$V_{ij} = \frac{Q_i Z_j}{V}, \quad V = \sum_i Q_i = \sum_i Z_i$$

(i) Morgendliche Rush-hour 7:00 h-8:00 h:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 44 & 109 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$$

(ii) Abendliche Rush-hour 7:00 h-8:00 h:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 114 & 51 \\ 169 & 76 \end{pmatrix}$$

Wie zu erwarten, geht in der morgendlichen Rush hour der meiste Verkehr von Bezirk 1 nach Bezirk 2, während es am Abend umgekehrt ist. Da am Nachmittag nicht nur die Erwerbstätigen, sondern auch andere Gruppen unterwegs sind, gibt es insgesamt mehr Verkehr ($V = 410$ statt $V = 170$) und dieser ist auch etwas gleichmäßiger auf die vier Relationen verteilt.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 5.2: Randsummen

(a) Der Binnenverkehr (innerhalb des Untersuchungsgebiets) ist *räumlich* geschlossen, weil die Summe aller Quell-Verkehrsaufkommen Q_i gleich der Summe aller Ziel-Verkehrsaufkommen Z_j ist:

$$V = \sum_{ij} V_{ij} = \sum_i \left(\sum_j V_{ij} \right) = \sum_i Q_i = \sum_j \left(\sum_i V_{ij} \right) = \sum_j Z_j, \tag{1}$$

also

$$\sum_i Q_i = \sum_j Z_j. \tag{2}$$

Explizit:

$$5000 + 2000 + 1000 = 1000 + 1000 + 6000 = 8000 \checkmark \tag{3}$$

Damit ist gezeigt, dass die Verkehrserzeugung korrekt durchgeführt wurde.

Bemerkung: ohne Einschränkung wird das Superskript "WA" im Folgenden weggelassen. Bezüglich der QZG g ist die Erzeugung nämlich unabhängig, d.g. man hat mehrere Eingleichungsmodelle (mit der exogenen Variablen jeweils eine ganze Matrix $(V_{ij})^{(g)}$) anstelle eines Mehrgleichungsmodells.

(b) Harte Randsummenbedingung (RSB): Die Summe der Flüsse V_{ij} aus einem Bezirk i muss dem Quellverkehrsaufkommen des Bezirks entsprechen und entsprechend für das Zielverkehrsaufkommen Z_j. Allgemein lässt sich schreiben:

$$\sum_j V_{ij} = Q_i, \quad \forall i, \quad \text{(quellseitig harte RSB)}$$
$$\sum_i V_{ij} = Z_j, \quad \forall j \quad \text{(zielseitig harte RSB).}$$

Im Beispiel mit den $n = 3$ Bezirken ergeben sich für „WA" mit **beidseitig** harten Randsummenbedingungen sechs Gleichungen

$$\sum_{j=1}^{3} V_{1j} = 5000, \qquad \sum_{j=1}^{3} V_{2j} = 2000, \qquad \sum_{j=1}^{3} V_{3j} = 1000,$$
$$\sum_{i=1}^{3} V_{i1} = 1000, \qquad \sum_{i=1}^{3} V_{i2} = 1000, \qquad \sum_{i=1}^{3} V_{i3} = 6000,$$

Davon sind aber lediglich $2n - 1 = 5$ Bedingungen unabhängig voneinander, da das Gesamtverkehrsaufkommen V als Bedingung vorliegt. Beispielsweise kann man Z_3 ausdrücken durch

$$Z_3 = Q_1 + Q_2 + Q_3 - Z_1 - Z_2.$$

Da es also für n^2 Matrixelemente V_{ij} nur $2n-1 = 5$ Randsummen gibt, ist die Aufgabe unterbestimmt. Die Verkehrsströme lassen sich also aus diesen Gleichungen **nicht** vollständig bestimmen.