Klausur zur Vorlesung
Verkehrsdynamik und -simulation
WS 2007/2008

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (15 Punkte)

(a) *Welche Rolle spielt die Verkehrsnachfrage in der Verkehrsflussmodellierung? Ist sie eine dynamische Größe oder eine Randbedingung?*

Die Verkehrsnachfrage spielt in der Verkehrsflussmodellierung die Rolle von Randbedingungen. Sie ist also selbst nicht dynamisch, sondern von vorneherein festgelegt, z.B. durch Tagesganglinien oder im Rahmen von Prognosen der Verkehrsplanung.

(b) *Die negativen Auswirkungen des Verkehrs kann man unter anderem durch folgende Maßnahmen minimieren: (1) Verkehrszustandsabhängige Tempolimits, (2) Wechselwegweisung, (3) Verlagerung des Verkehrs auf umweltfreundlichere Modi wie öffentliche Verkehrsmittel, (4) Verkehrsvermeidung, (5) Zuflusskontrolle, (6) Zeitliche Verlagerung des Verkehrs (z.B. Entzerrung von Ferienzeiten oder Stoßzeiten), (7) Gebote, bestimmte Fahrstreifen zu benutzen bzw. Spurwechselverbote , (8) LKW-Überholverbote, (9) Neubau und Ausbau von Straßen, (10) Fahrer-Assistenzsysteme und (11) verkehrsadaptive Navigationssysteme (die einen z.B. um den Stau herumführen).*

Welche dieser Maßnahmen können Teil einer modellgestützte Verkehrsflussoptimierung sein?

Alle Maßnahmen, welche mit der Verkehrs*dynamik* innerhalb der bei Verkehrsflussmodellierung üblichen Zeitskalen von maximal wenigen Stunden wechselwirken: Nummer (1), (2), (5), (7), (8), (10), (11).

Die anderen Maßnahmen implizieren den Ausbau/Umbau der Verkehrsinfrastruktur, Informationspolitik sowie politische Entscheidungen (z.B. ÖPNV-Subventionen, Entzerrung der Ferienzeiten): Zeitskala Monate bis Jahre. Falls einer letztere Maßnahmen angibt, muss er dies mit Spezialfällen begründen. Bei (3) z.B. eine staubedingte Sperrung der Innenstadt für den MIV (eine smogbedingte Sperrung reicht wegen der Zeitskalen nicht aus!).

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Gegeben sind folgende Arten von Verkehrsdaten auf einen Fernstraßenabschnitt (Drei Richtungsfahrbahnen, Verkehrsflüsse um 6 000 Fz/h): (a) aus Videoaufnahmen gewonnene Trajektoriendaten, (b) Floating-Car Daten mit einem Ausstattungsgrad zwischen 0.5% und 1 % (d.h. im Mittel liefert jedes 100-te bis 200-te Fahrzeug Informationen), welche jede Sekunde Daten senden, (c) Minutendaten und (d) Einzelfahrzeugdaten von stationären Detektorquerschnitten (Doppel-Schleifen; Abstände etwa 2 km voneinander).

(a) *Wie geeignet sind diese Datenkategorien zur Bestimmung folgender Größen:*

(i) Lokale Geschwindigkeit

(ii) Dichte und Verkehrsfluss

(iii) Beschleunigung

(iv) Reisezeit auf diesem Fernstraßenabschnitt

(v) Verteilung der Fahrzeugabstände und der Times-to-Collision.

Geben Sie in einer Matrix an, welche der Datenkategorien (a)-(d) geeignet bzw. nicht verwendbar sind, um die Informationen (i)-(v) aus den Daten zu bestimmen. Begründen Sie in Zweifelsfällen Ihre Entscheidung.

Datenkategorie	(a) Traj.	(b) FCD	(c) Det. single	(d) Det. aggr.
Lokale Geschwindigkeit	y	y	y	y
Dichte und Verkehrsfluss	y	n	y	y
Beschleunigung	y	y	n	n
Reisezeit	y	y	b	b
Abstände und TTC	y	n	y	n

b=bedingt geeignet. Man benötigt zusätzliche Verfahren (kumulierte Fahrzeugzahlen und ein Verfahren zur Begrenzung von Zählfehlern).

(b) *Kann man mit den Floating-Car Daten bzw. den stationären Detektoren den raumzeitlichen Verlauf von Stop-and-Go-Wellen auflösen, ohne zusätzliche Annahmen (wie die Adaptive Smoothing Method) zu verwenden?*

Typische Stauwellen haben eine Periode von 6-15 Minuten und bewegen sich mit etwa 15 km/h stromaufwärts (vgl. entsprechende Bilder im Skript). Damit ist ihre typische Wellenlänge λ zwischen 1.5 und 4 km.

- Stationäre Detektoren: Zeitliche Auflösung ✓, räumliche Auflösung (Detektorabstand) muss zur Vermeidung von Doppeldeutigkeiten kleiner als $\lambda/2$ sein $\Rightarrow$ nicht erfüllt.
- FCD: Untere Grenze des Ausstatungsgrades (0.5%) ergibt bei 6000 Fz/h eine Frequenz von 30 Fz/h, also im Mittel eines alle 2 Minuten, welches sekündlich Daten sendet $\Rightarrow$ zeitliche Auflösung ✓In einer Sekunde legt das Fahrzeug maximal 50 m zurück (180 km/h) $\Rightarrow$ räumliche Auflösung ✓.

Also sind hier die FCD, nicht aber die Detektordaten zur Auflösung der Stauwellen geeignet.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Gegeben ist ein 30 s langer Abschnitt von Daten eines Detektorquerschnitts gemäß Tabelle auf dem Aufgabenblatt.

(a) *Berechnen Sie durch Aggregierung den für dieses Intervall gültigen makroskopischen Verkehrsfluss und die makroskopische Geschwindigkeit (arithmetisches Mittel) getrennt für beide Fahrstreifen.*

Flüsse:

$$Q_1 = \frac{n_1}{\Delta t_{\text{aggr}}} = 0.2\,\text{Fz/s} = 720\,\text{Fz/h}, \quad Q_2 = \frac{n_2}{\Delta t_{\text{aggr}}} = 0.133\,\text{Fz/s} = 480\,\text{Fz/h}.$$

Geschwindigkeiten:

$$V_1 = \frac{1}{n_1}\sum_\alpha v_{1\alpha} = 25.8\,\text{m/s}, \quad V_2 = \frac{1}{n_2}\sum_\alpha v_{2\alpha} = 34.0\,\text{m/s}.$$

(b) *Bestimmen Sie für jeden Fahrstreifen die Dichte unter der für freien Verkehr realistischen Annahme, dass es keine Korrelation zwischen den Geschwindigkeiten und zeitlichen Abständen zweier aufeinanderfolgender Fahrzeuge gibt.*

Da der Korrelationskoeffizient = 0 ist, ist auch die Kovarianz $\text{Cov}(v_\alpha, \Delta t_\alpha) = 0$ und damit

$$\rho_1 = \frac{Q_1}{V_1} = 7.74\,\text{Fz/km}, \quad \rho_2 = \frac{Q_2}{V_2} = 3.92\,\text{Fz/km}.$$

(c) *Bestimmen Sie nun Fluss, Geschwindigkeit und Dichte der gesamten Richtungsfahrbahn auf Höhe des Querschnittes.*

Dichte und Fluss durch einfache Summation:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = 11.66\,\text{Fz/km}, \quad Q = Q_1 + Q_2 = 1\ 200\,\text{Fz/h}.$$

Die Geschwindigkeit entweder mit der hydrodynamischen Beziehung oder durch das gewichtete *harmonische* Mittel:

$$V = \frac{Q}{\rho} = \frac{Q}{Q_1/V_1 + Q_2/V_2} = 28.5\,\text{m/s} = 102.9\,\text{km/h}.$$

(d) *Wie hoch ist der LKW-Anteil auf dem rechten Fahrstreifen und insgesamt?*

Anteil 1/3 auf der rechten Spur, 0 auf der linken, 1/5 insgesamt.

Aufgabe 4 (40 Punkte)

Um zu langsame LKW an Steigunsstrecken zu verhindern, ist die Steigung auf Autobahnen im Allgemeinen auf $\beta = 4\,\%$ begrenzt (in Sonderfällen $\beta = 5\,\%$). Zur Modellierung wird als "Worst Case" ein LKW betrachtet, welcher vollbeladen auf ebener Strecke gerade die zulässige Höchstgeschwindigkeit von 80 km/h erreicht und dessen Motor unabhängig von der Geschwindigkeit eine konstante Maximalleistung abgeben kann. Die relevanten Parameter sind: Fahrzeugmasse 38 t, Reibungskoeffizient 0.03, ein c_w-Wert von 0.9 und eine Stirnfläche von $10\,\mathrm{m}^2$. Nehmen Sie außerdem für die Gravitationskonstante $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$ und für die Dichte der Luft $1.3\,\mathrm{kg/m}^3$ an.

(a) *Wie groß ist die für den Antrieb benötigte Leistung?*

Antriebsleistung auf ebener Strecke bei Konstantfahrt mit $v = 80/3.6\,\mathrm{m/s}$:

$$P_a = P - P_0 = vF(v) = \mu mgv + \frac{1}{2} c_w \rho_L A v^3 = \underline{\underline{310\,\mathrm{kW}}}.$$

(b) *Der LKW fährt nun mit seiner Maximalgeschwindigkeit von 80 km/h in eine Steigung mit 4% bzw. 5% hinein. Wie groß sind jeweils die anfänglichen Verzögerungen bei unveränderter Motorleistung? Berechnen Sie außerdem die Endgeschwindigkeiten, wenn die beiden Steigungen hinreichend lange sind. Da die Endgeschwindigkeiten sehr niedrig sind, können Sie bei ihrer Berechnung den Luftwiderstand vernachlässigen.*

Beim Fahrwiderstand F muss nun auch noch die Trägkeitskraft $m\dot{v}$ und die Hangabtriebskraft $mg\beta$ berücksichtigt werden, so dass die Antriebsleistung nun gegeben ist durch

$$P_a = (\mu g + \beta g + \dot{v}) mv + \frac{1}{2} c_w \rho_L A v^3.$$

Am Anfang der Steigung ist der Wert der Geschwindigkeit derselbe wie in Aufgabenteil (a). Außerdem ist nach der Aufgabenstellung die Antriebsleistung P_a unverändert. Damit erhält man

$$\beta g + \dot{v} = 0 \Rightarrow \dot{v} = -\beta g = \begin{cases} 0.5\,\mathrm{m/s}^2 & 5\%\text{Steigung}, \\ 0.4\,\mathrm{m/s}^2 & 4\%\text{Steigung}. \end{cases}$$

Die Endgeschwindigkeit berechnet sich mit derselben Formel für P_a, indem man $\dot{v} = 0$ setzt und außerdem wegen des vernachlässigten Luftwiderstandes auch $c_w = 0$. Damit

$$P_a = (\mu + \beta) gmv \;\Rightarrow\; v_\infty = \frac{P_a}{(\mu + \beta) gm} = \begin{cases} 10.2\,\mathrm{m/s} & 5\%\text{Steigung}, \\ 11.7\,\mathrm{m/s} & 4\%\text{Steigung}. \end{cases}$$

(c) *Der Verzögerungsvorgang an der Steigung soll nun mit dem "Optimal-Velocity-Model" (OVM) für eine freie Strecke nachgebildet werden:*

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{v_0 - v}{\tau}.$$

Ermitteln Sie für die beiden Steigungsstrecken jeweils die zwei Modellparameter v_0 und τ unter folgenden Vorgaben:

- *Die Geschwindigkeit nähert sich für hinreichend lange Steigung den Endgeschwindigkeiten 37 km/h (5%-Steigung) bzw. 42 km/h (4%-Steigung),*
- *die anfängliche Verzögerung bei Beginn der Steigung beträgt $0.5\,\mathrm{m/s}^2$ (5%-Steigung) bzw. $0.4\,\mathrm{m/s}^2$ (4%-Steigung).*

Da die Geschwindigkeit des OVM sich bei leerer Strecke der "Wunschgesachwindigkeit" v_0 annähert, ist

$$v_0 = v_\infty = \begin{cases} 37\,\mathrm{km/h} & 5\%\text{Steigung}, \\ 42\,\mathrm{km/h} & 4\%\text{Steigung}. \end{cases}$$

Die anfängliche Beschleunigung des OVM ist gegeben durch

$$\dot{v} = \frac{v_0 - v}{\tau}, \ \Rightarrow \ \tau = \frac{v_0 - v}{\dot{v}}.$$

Dies ergibt

$$\tau = \begin{cases} 24.0\,\mathrm{s} & 5\%\text{Steigung}, \\ 26.4\,\mathrm{s} & 4\%\text{Steigung}. \end{cases}$$

(d) *Ermitteln Sie nun die Geschwindigkeit und die zurückgelegte Wegstrecke als Funktion der Zeit, indem Sie das obige Mikromodell lösen. Dabei soll der LKW zur Zeit $t = 0$ den Beginn der Steigung passieren. Geben Sie das Ergebnis allgemein an*

Zu lösen ist die inhomogene Differenzialgleichung (Dgl)

$$\dot{v} = \frac{v_0 - v}{\tau}$$

mit den Anfangsbedingungen $v(0) = 80\,\mathrm{km/h}$. Eine spezielle Lösung der inhomogenen Dgl ist die konstante Lösung $v(t) = v_0$ und die allgemeine homogene Lösung ist wie üblich $v_H(t) = Ce^{-t/\tau}$, also

$$v(t) = Ce^{-t/\tau} + v_0$$

Die Konstante ergibt sich aus der Anfangsbedingung $v(0)$ zu $C = v(0) - v_0$, also

$$v(t) = v_0 + (v(0) - v_0)\, e^{-t/\tau}.$$

Die zurückgelegte Strecke $x(t)$ ergibt sich durch eine weitere Integration mit der Anfangsbedingung $x(0) = 0$:

$$x(t) = v_0 t + (v(0) - v_0) \left[-\tau e^{-t'/\tau}\right]_{t'=0}^{t'=t} = v_0(t + \tau) + v(0)\tau - (v(0) - v_0)\, \tau e^{-t/\tau}.$$

(e) *Werden die LKW auf einer 5-%igen Steigung von 500 m Länge oder auf einer 1 km langen 4 %-igen Steigung langsamer?. Gehen Sie dabei von den Zahlenwertn $v_0 = 37\,\mathrm{km/h}$, $\tau = 24\,\mathrm{s}$ (Steigung 5%) bzw. $v_0 = 42\,\mathrm{km/h}$, $\tau = 26\,\mathrm{s}$ (Steigung 4%) aus. Nehmen Sieaußerdem an, dass das Ende der 5-%igen Steigung nach 29.1 s und das Ende der 4-%igen Steigung nach 64.2 s erreicht wird (diese Zeiten sind nicht elementar ausrechenbar).*

Steigung 5%, Länge $L = 500\,\mathrm{m}$. Mit den angegebenen Modellparametern ergibt sich zur Zeit $t = t_1 = 29.1\,\mathrm{s}$:

$$v(t_1) = 13.8\,\mathrm{m/s} = 49.8\,\mathrm{km/h}.$$

Probe zurückgelegte Strecke: $x(t_1) = 500.5\,\mathrm{m}$.

Analog ergibt sich für Steigung 2 bei $t = t_2 = 64.2\,\mathrm{s}$:

$$v(t_2) = 12.6\,\mathrm{m/s} = 45.2\,\mathrm{km/h}.$$

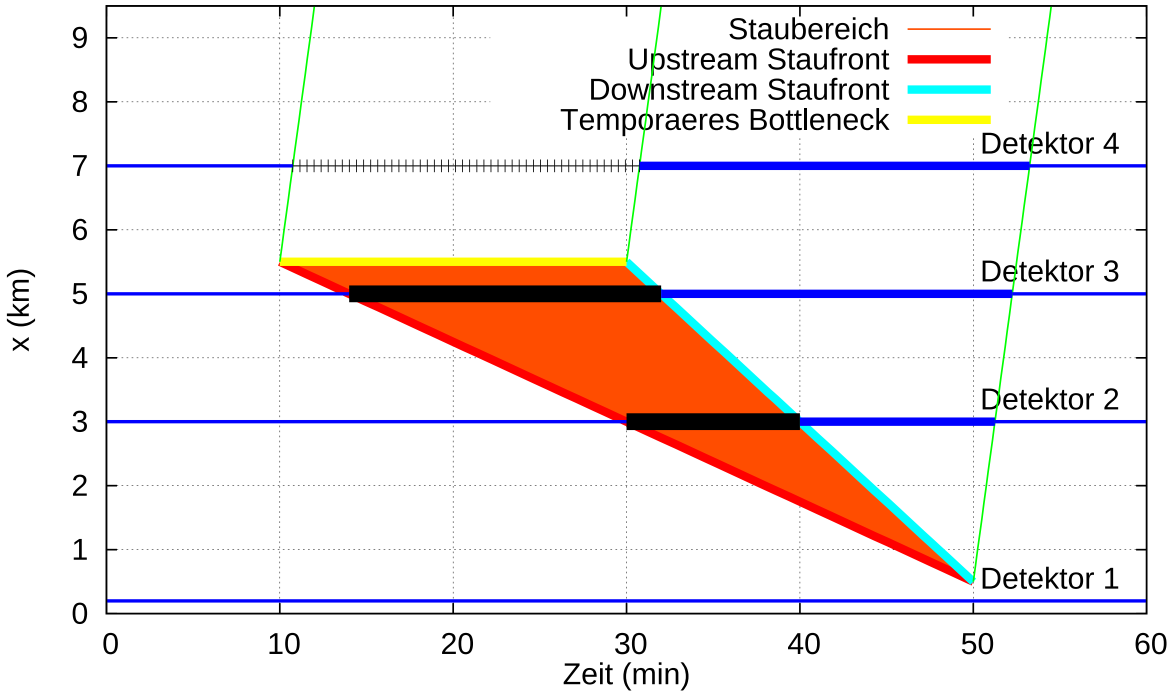
Probe zurückgelegte Strecke: $x(t_2) = 1000.2\,\mathrm{m}$. Obwohl die 500 m lange Steigung steiler ist, werden auf ihr die LKW nicht so langsam wie auf der flacheren 1 000 m langen Steigung. Deshalb ist es sinnvoll, die Obergrenzen von Steigungen auf hinreichend lange gleitende Mittel zu beziehen. In der Tat wurde im Jahre 2008 im Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen (HBS) diese Länge von 500 m auf 1000 m heraufgesetzt.

Aufgabe 5 (30 Punkte)

(a) *In der Abbildung sind die Detektorsignale in räumlicher und zeitlicher Nähe einer temporären Engstelle (z.B. Unfall) dargestellt. Es wurde dabei freier Verkehr mit drei verschiedenen Stärken (spurgemittelte Flüsse 800 Fz/h, 1224 Fz/h und 1600 Fz/h) sowie gestauter Verkehr mit ebenfalls 800 Fz/h detektiert. Wann und wo begann der Störfall und wann endete er? Bestimmen Sie die Lösung grafisch in der Abbildung.*

(b) *Zeichnen Sie den raumzeitlichen Bereich des durch die temporäre Störung verursachten Verkehrsstaus in die Abbildung ein. Wann hat sich der Stau aufgelöst (ebenfalls grafische Lösung)? Zeichne Sie auch die Trajektorie eines zur Zeit* $t_{\text{enter}} = 20\,\text{min}$ *bei* $x = 0$ *einfahrenden Fahrzeugs ein.*

Grafische Lösung:



(c) *Der Verkehrsfluss werde nun durch das Lighthill-Whitham-Richards-Modell mit dem Fundamentaldiagramm*

$$Q(\rho) = \min\left[\rho V_0, \frac{1}{T}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)\right]$$

beschrieben (alle Größen sind spurgemittelt), wobei $T = 2\,\mathrm{s}$, $V_0 = 120\,\mathrm{km/h}$ *und* $\rho_{\max} = 120\,\mathrm{Fz/h}$. *Wie groß ist der maximal mögliche Verkehrsfluss? Bestimmen Sie außerdem rechnerisch die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der stromaufwärtigen und stromabwärtigen Staufronten sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Übergangs "Freier Verkehr mit maximalen Fluss" zu "Freier Verkehr mit* $Q = 1224\,\mathrm{Fz/h}$*".*

Maximaler Verkehrsfluss:

$$Q_{\max} = K = \frac{1}{T + \frac{1}{\rho_{\max} v_0}} = \underline{\underline{0.44\,\mathrm{Fz/s}}} = \underline{\underline{1\ 600\,\mathrm{Fz/h}}}.$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit stromaufwärtige Staufront:

$$v_g^{\mathrm{up}} = \frac{Q_{\mathrm{jam}} - Q_{\mathrm{in}}}{\rho_{\mathrm{jam}} - \rho_{\mathrm{in}}} = \frac{Q_{\mathrm{jam}} - Q_{\mathrm{in}}}{\rho_{\max}(1 - Q_{\mathrm{jam}}T) - \frac{Q_{\mathrm{in}}}{v_0}} = \underline{\underline{-7.5\,\mathrm{km/h}}}.$$

Dabei wurde $Q_{\mathrm{in}} = 1\ 224\,\mathrm{Fz/h}$, $Q_{\mathrm{jam}} = 800\,\mathrm{Fz/h}$, $v_0 = 120\,\mathrm{km/h}$, $T = 2\,\mathrm{s}$ sowie $\rho_{\mathrm{jam}} = \rho_{\max}(1 - Q_{\mathrm{jam}}T) = 66.7\,\mathrm{Fz/km}$ verwendet.

Ausbreitungsgeschwindigkeit stromabwärtige Staufront:

$$v_g^{\mathrm{down}} = \frac{Q_{\mathrm{out}} - Q_{\mathrm{jam}}}{\rho_{\mathrm{out}} - \rho_{\mathrm{jam}}} = \frac{Q_{\mathrm{out}} - Q_{\mathrm{jam}}}{\frac{Q_{\mathrm{out}}}{v_0} - \rho_{\mathrm{jam}}} = \underline{\underline{-15\,\mathrm{km/h}}}.$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit des Übergangs "Freier Verkehr mit maximalen Fluss" zu "Freier Verkehr": Gleich $v_0 = \underline{\underline{120\,\mathrm{km/h}}}$.