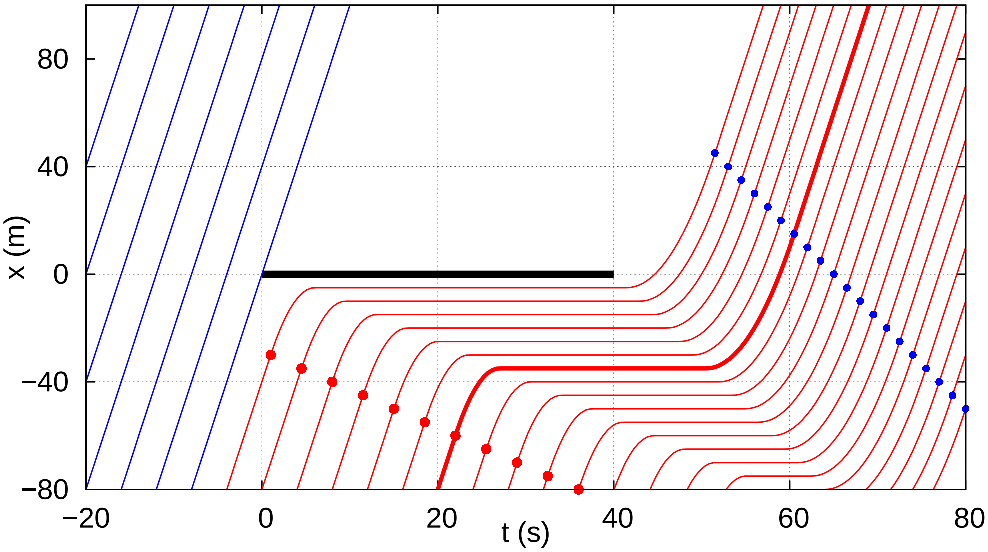
Klausur zur Vorlesung
Verkehrsdynamik und -simulation
WS 2006/2007

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 **(40 Punkte)**

Gegeben sind die Trajektoriendaten in folgender Abbildung:



(a) Stopp an einer roten Ampel. Der dicke horizontale Strich stellt die Ampelposition zur Zeit der Rotphase dar.

(b) Zufluss Q_{in}=5 Linien pro 20 s = $\underline{\underline{0.25 \text{ Fz/s}}}$ =$\underline{\underline{900 \text{ Fz/h}}}$.

(c) z.B. Linie, welche bei $x = -80$ m zur Zeit $t = -16$ s beginnt und bei (x, t) =(80 m, 0 s) endet:

$$v_{\text{in}} = 160 \text{ m}/16 \text{ s} = \underline{\underline{10\text{m/s}}} = \underline{\underline{36\text{km/h}}}.$$

Dichte: Entweder 1 Strich pro 40 m oder $\rho = Q/v$. Beides führt auf ρ =$\underline{\underline{25 \text{ Fz/km}}}$.

(d) Staudichte: 8 horizontale Striche/40 m $\Rightarrow$ ρ_{jam} =$\underline{\underline{200 \text{ Fz/km}}}$.

(e) Ausfluss nach Aufhebung der Behinderung: Am besten Zahl der Striche in einem 20 s-Kasten oberhalb der blauen "Ende der Beschleunigungs"-Punkte: 10 Striche/20 s $\Rightarrow$ Q_{out} =$\underline{\underline{0.5 \text{ Fz/s}=1800 \text{ Fz/h}}}$.

Geschwindigkeit wie beim freien Upstream-Verkehr, da Linien zu jenen parallel: $\underline{\underline{V = 36 \text{ km/h}}}$.

Dichte durch Strichezählen (2 Striche pro 40 m) oder hydrodynamische Relation: $\underline{\underline{\rho = 50 \text{ Fz/km}}}$.

(f) Front-Ausbreitungsgeschwindigkeiten entweder durch Steigung der Front-Linien (bzw. der "Punkteketten") oder durch die Kontinuitätsgleichung:

$$\text{Frei} \rightarrow \text{Stau: } v_g^{\text{up}} = \frac{\Delta Q}{\Delta \rho} = \frac{-900\text{Fz/h}}{175\text{Fz/km}} = \underline{\underline{-5.14\text{km/h}}}.$$

$$\text{Stau} \to \text{frei: } v_g^{\text{down}} = \frac{\Delta Q}{\Delta \rho} = \frac{1800\text{Fz/h}}{-150\text{Fz/km}} = \underline{\underline{-12\text{km/h.}}}$$

(g) Ohne Verzögerung wäre das bei $x = -80$ m zur Zeit $t = 20$ s einfahrende Fahrzeug zur Zit $t_{\text{end}} = 38$ s am "Ende" des Diagramms bei $x = 100$ m. Tatsächlich ist es erst zur Zeit $t = 69$ s dort. Also 31 s Verzögerung.

(h) Bremsweg: $s_b = 25$ m; Beschleunigungsweg: $s_a = 50$ m, also

$$b = \frac{v^2}{2s_b} = \underline{\underline{2\text{m/s}^2.}}, \quad a = \frac{v^2}{2s_a} = \underline{\underline{1\text{m/s}^2.}}$$

Aufgabe 2 **(20 Punkte)**

(a) Fundamentaldiagramm:

$$Q(\rho) = \rho V(\rho) = \rho V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)$$

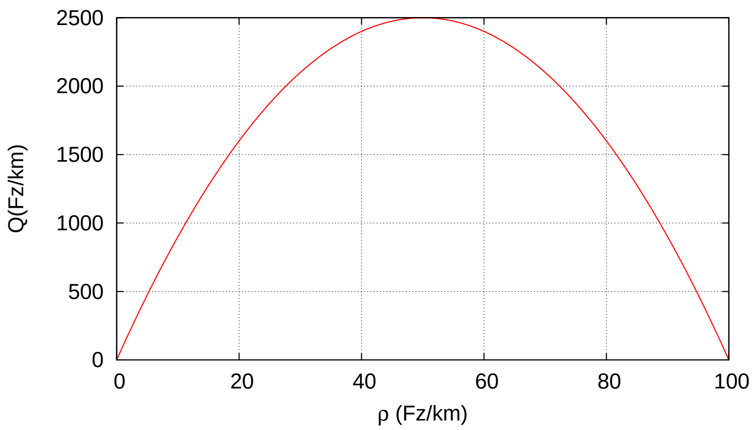
(b) Maximaler Fluss bei Dichte ρ_m, definiert durch

$$Q'(\rho_m) = V_0 - 2\frac{V_0 \rho_m}{\rho_{\max}} = 0, \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\rho_m = \frac{1}{2}\rho_{\max}.}}$$

Damit der maximale Fluss (statische Kapazität):

$$Q_{\max} = Q(\rho_m) = \underline{\underline{\frac{\rho_{\max} V_0}{4}}}.$$

(c) Zeichnen Sie nun das Fundamentaldiagramm für $V_0 = 100$ km/h und $\rho_{\max} = 100$/km.



Aufgabe 3 (20 Punkte)

(a) Die "drei Zutaten": (i) Hohes Verkehrsaufkommen, (ii) Störung/Engstelle in der Infrastruktur, (iii) Störung im Verkehrsfluss selbst.

(b) Ja, Tempolimits können auch die Stauneigung reduzieren.

- sie erhöhen zwar die statische Kapazität nicht (sie reduzieren sie sogar geringfügig unter den meisten Annahmen bzw. Modellen!),
- Aber die Störungen im Verkehrsfluss werde reduziert, da die Geschwindigkeitsdifferenzen reduziert werden.
- Besonders sinnvoll nahe bzw. vor Engstellen und bei hohem Verkehrsaufkommen (damit bei Vorliegen der zwei ersten "Zutaten" die dritte minimiert wird!), v.a. bei hohem LKW-Verkehr. Wenig sinnvoll zu Zeiten geringer Verkehrsbelastung.

(c) Eine vorgeschriebene Mindestgeschwindigkeit kann z.B. auf Steigungsstrecken für die mittlere und linke Spur sinnvoll sein. Alle langsamen Fahrzeuge müssen dann auf die rechte Spur und behindern den Verkehr nicht durch "Schnecken-Jumborennen".

(d) Eine homogene Engstelle ist besser als eine inhomogene gleicher Kapazität: Bei Verkehrsfreigabe des fertigen Mittelstücks würde es an dessen Ende große Verkehrsfluss-Störungen durch Spurwechsel, Geschwindigkeitsanpassungen etc geben und man hätte statt einer stauträchtigen Stelle (am Beginn der Baustelle) deren zwei!

Bemerkung: Das gil natürlich nur für Streckenabschnitte innerhalb je zwei Anschluss-Stellen oder AKs. Ist eine Baustelle in Flensburg und eine in München, rechtfertigt dieses Prinzip nicht, die freie Strecke dazwischen zu beschränken!

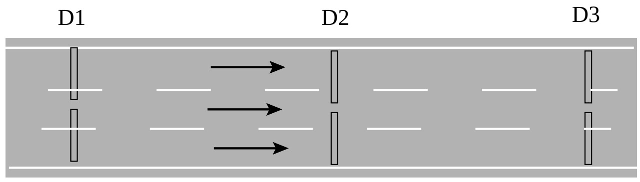
(e) *Zusatz, Nicht in Klausur!*

(i) LKW-Überholverbote: Zutat 3, Störungen im Verkehrsfluss

(ii) Zuflusskontrolle (Ramp Metering): Reduzierung der Auswirkung der Engstelle

(iii) Vorübergehende Spurwechselverbote: Störungen im Verkehrsfluss, falls nahe Steigungen bzw. Zufahrten auch Reduzierung der Auswirkung der Engstelle.

Aufgabe 4 (40 Punkte, alternativ zu Aufgabe 5!)



Die über alle Spuren summierten Verkehrsstärke bei D1 ist konstant =3600 Fz/h. Die Daten der beiden anderen Detektoren sind wie folgt (Alle Flusserte von 1800 Fz/h waren mit Gesamtdichten oberhalb 120 Fz/km verbunden):

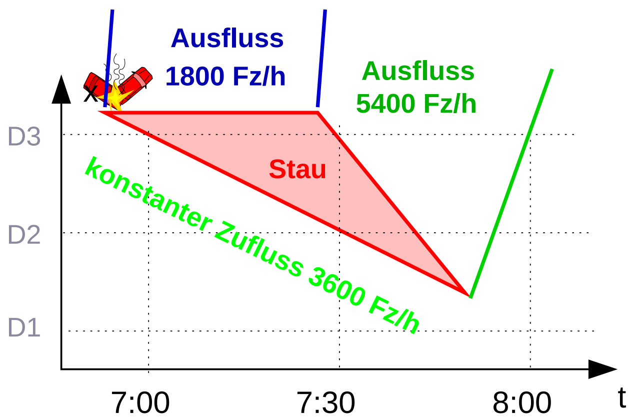
Detektor D2:

Zeit	$<$ 7:30	7:30-7:40	7:40-7:50	$>$ 7:50
Q (Fz/h)	3600	1800	5400	3600

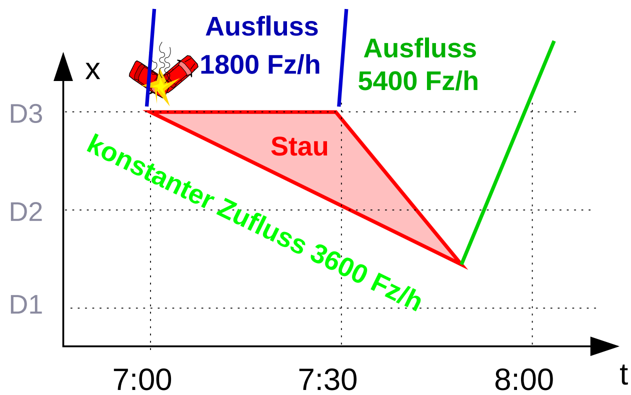
Detektor D3:

Zeit	$<$ 7:00	7:00-7:30	7:30-8:00	$>$ 8:00
Q (Fz/h)	3600	1800	5400	3600

(a) Diagramm für allgemein mögliche Lage des Staus (links) und mit der Zusatzinfo "freier Verkehr vor 7 h"(rechts, nur diese Abb. hier verlangt!):



mögliche allgemeine Lage des Staubereichs



Staubereichs, falls vor 7:00 freier Verkehr

(b) Kumulierten Fahrzeugzahlen für die Detektoren D1 und D3: Sei die Zeit als

$$t = \text{Zeit in s seit 7:00}$$

definiert. Sinnvollerweise wird zur Zeit der Passage des "Floating Car" die entsprechende kumulierte Fahrzeugzahl auf Null gesetzt. Mit der Passage 6:55 h (entspricht $t = -300$) bei D1 und 7:00 ($t = 0$) bei D3 gilt

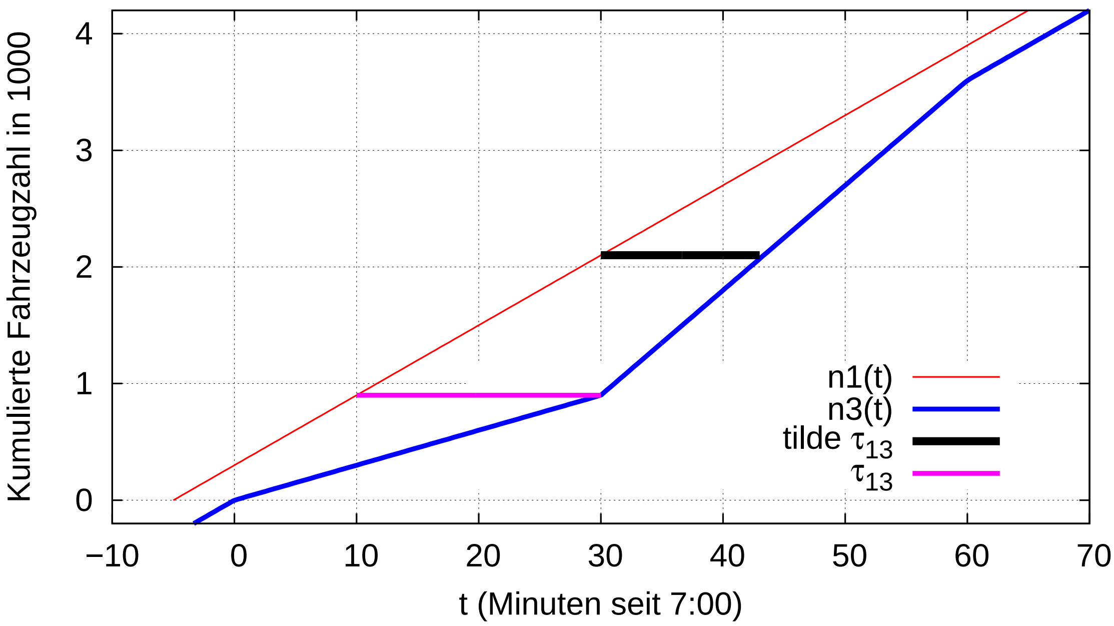
$$n_1(t) = \int\limits_{t'=-300}^{t} Q_1(t')\,\mathrm{d}t', \quad n_3(t) = \int\limits_{t'=0}^{t} Q_3(t')\,\mathrm{d}t',$$

also nach Ausrechnen der einfachen Integrale

$$n_1 = t + 300, \quad n_3 = \begin{cases} t & t \leq 0 \text{ oder } t > 3600 \\ \frac{1}{2}t & 0 < t \leq 1800 \\ 900 + \frac{3}{2}(t - 1800) & 1800 < t \leq 3600. \end{cases}$$

(c) Grafische Darstellung der kumulierten Fahrzeugzahlen und der Reisezeiten: $\tau_{13}(t)$=Reisezeit der Fahrzeuge, welche zur Zeit $t = 1800$ den Detektor D3 überqueren: Horizontale Linie mit rechtem Ende bei $(1800, n_3(1800)) = (1800, 900)$ und linkem Ende gleich dem Schnittpunkt von $n_3(1800)$ mit dem Grafen von $n_1(t)$: Reisezeit $\tau_{13}(1800)$ =$\underline{\underline{\text{20 Minuten}}}$.

Analog $\tilde{\tau}_{13}(t)$=Reisezeit der Fahrzeuge, welche zur Zeit $t = 1800$ den Detektor D1 überqueren: Reisezeit $\tilde{\tau}_{13}(1800)$ =$\underline{\underline{\text{13.5 Minuten}}}$ (alles ±1 Minuten OK).



Bemerkung: Hier auch analytisch möglich:

$$n_3(1800) = 900 = n_1(1800 - \tau_{13}) = 2100 - \tau_{13} \Rightarrow \tau_{13} = \underline{\underline{1200}} = \underline{\underline{20\text{min}}}.$$

$$n_1(1800) = 2100 = n_3(1800 + \tilde{\tau}_{13}) = 900 + \frac{3}{2}\tilde{\tau}_{13} \Rightarrow \tilde{\tau}_{13} = \underline{\underline{800}} = \underline{\underline{13 \text{ min+20 s}}}$$

(d) Ohne Störung wäre der Graph von $n_3(t)$ parallel zu $n_1(t)$ mit einem vertikalen Abstand von 300. Die "normale" Gesamt-Reisezeit zwischen 7:00 und 8:00 ist also durch die Fläche zwischen diesen Kurven im Bereich 7:00 - 8:00 gegeben:

$$\tau_{\text{tot,normal}} = 300\text{Fz} * 1\text{h} = 300\text{Fz h}.$$

Die zusätzliche Gesamtreisezeit ist die Differenz zwischen $\tau_{\text{tot,normal}}$ und der Fläche zwischen den tatsächlichen "n-Curves" $n_1(t)$ und $n_3(t)$. Mit dem maximalen Abstand bei 7:30: $n_1(1800) - n_3(1800) = 1200$ ergibt sich die Fläche als Summe der Fläche zweier Trapeze:

$$\tau_{\text{tot}} = 2 * 0.5\text{h}\frac{300Fz + 1200Fz}{2} = 750\text{Fz h}$$

Damit ergibt sich eine zusätzliche Gesamtreisezeit von $\Delta\tau_{\text{tot}} = \underline{\underline{450 \text{ Fz h}}}$.

Der Verlust kann auch höher sein, da obige Abschätzung nur für den "Best Case" gilt, bei dem die Störung direkt an der Stelle von D3 auftritt (das wird bei (a) durch die zusätzliche Beobachtung störungsfreien Verkehrs vor 7:00 festgelegt, vgl. die dazugehörige Abbildung rechts). Ohne diese externe Information kann die Störstelle aber sehr gut auch weiter stromabwärts sein (vgl. Abb. bei (a), links) und der zusätzlichs Stau frisst natürlicherweise weitere Reisezeit.

Aufgabe 5 (40 Punkte, alternativ zu Aufgabe 4!)

(a) Gleichmäßiges Bremsen von $v_0 = 16$ m/s und Beschleunigen auf v_0 mit $a = 2\text{m/s}^2$ bzw. $b = 2\text{m/s}^2$: Zeiten

$$t_a = \frac{v_0}{a} = \underline{\underline{8s}}, \quad t_b = \frac{v_0}{b} = \underline{\underline{8s}}.$$

und Strecken

$$L_a = \frac{v_0^2}{2a} = \underline{\underline{64 \text{ m}}}, \quad L_b = \frac{v_0^2}{2b} = \underline{\underline{64 \text{ m}}}.$$

(b) Luftwiderstand ist weniger wichtig, da die Geschwindigkeiten gering sind. [*Anmerkung:* Bei Konstantfahrt mit v_0 würde er etwa 10% ausmachen, beim Beschleunigen etwa 1%; die Ersparnis von 32% in Teil (e) würde auf etwa 29% reduziert]

(c) Verbrauch auf einer Strecke von $L_0 = 128$ m bei Konstantfahrt: Man kann entweder die Formel für $\dot{C}$ über die Zeit von $t_0 = L_0/v_0$=8 s integrieren oder die Formel für $\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}$ über die Strecke L_0. Man kann auch die explizite Formel für den hochgerechneten Verbrauch C_{100} auf 100 km nehmen und auf L herunterrechnen. Bei Konstantfahrt ($\dot{v} = 0$) gilt für die benötigte Motorleistung ohne Luftwiderstand:

$$P(v_0, 0) = P_0 + v_0 * F(v_0, 0) = P_0 + v_0 mug = \underline{\underline{11.1 \text{ KW}}}$$

und, unter Verwendung der Formel für $\dot{C}$,

$$C_{\text{free}} = t_0 \dot{C} = \frac{t_0 P(v_0, 0)}{\gamma w_{\text{cal}}} = \underline{\underline{0.00745 \text{ l}}}.$$

(d) Nach Voraussetzung wird nur während der $t_a = 8$ s dauernden Beschleunigungsphase Treibstoff verbraucht. Hier muss man die Verbrauchsrate $\dot{C}$ über die Zeit explizit integrieren, da der Integrand $\dot{C}$ über die Geschwindigkeit von der Zeit abhängt. Mit Formel (15.1),

$$\dot{C}(v, \dot{v}) = \frac{P(v, \dot{v})}{\gamma w_{\text{cal}}} = \frac{P_0 + vF(v, \dot{v})}{\gamma w_{\text{cal}}} = \frac{P_0 + v(m\dot{v} + m\mu g)}{\gamma w_{\text{cal}}}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned}
C_{\text{acc}} &= \int_0^{t_a} \dot{C}(v(t), a) \, \mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{\gamma w_{\text{cal}}} \left[P_0 t_a + \int_0^{t_a} v(t) m(a + \mu g) \, \mathrm{d}t \right] \\
&= \frac{1}{\gamma w_{\text{cal}}} \left[P_0 t_a + \int_0^{t_a} atm(a + \mu g) \, \mathrm{d}t \right] \\
&= \frac{1}{\gamma w_{\text{cal}}} \left[P_0 t_a + \frac{1}{2} ma(a + \mu g) t_a^2 \right]
\end{aligned}$$

Mit $t_a = v_0/a$ und $L_a = \frac{1}{2} a t_a^2$ kann man dies vereinfachen zu

$$C_{\text{acc}} = \frac{1}{\gamma w_{\text{cal}}} \left[P_0 t_a + \frac{1}{2} m v_0^2 + m\mu g L_a \right] = \underline{\underline{0.0212 \; l}}.$$

(e) auf 100 km hochgerechneter Verbrauch für gleichmäßiges Fahren:

$$C_{100}^{\text{free}} = \frac{100 \text{ km}}{L_0} C_{\text{free}} = \underline{\underline{5.82\ l}}.$$

Fü eine Folge von Stop-Go Zyklen alle 500 m erhält man den Verbrauch aus der Summe der Stop-and-Fo Verbräuche für die auf 100 km hochgerechneten 200 Kreuzungen, zu der man noch den hochgerechneten Verbrauch für freie Fahrt auf der Reststrecke addiert:

$$C_{100}^{\text{stopGo}} = 200 C_{\text{acc}} + \frac{100 \text{ km} - 200 L_0}{L_0} C_{\text{free}} = \underline{\underline{8.58\ l}}.$$

Die Ersparnis durch Abschaffen der Stop-Kreuzungen beträgt also auf der Vorfahrtsstrecke

$$\frac{C_{100}^{\text{stopGo}} - C_{100}^{\text{free}}}{C_{100}^{\text{stopGo}}} = \underline{\underline{32.1\ \%}}.$$