Klausur zur Vorlesung
Verkehrsdynamik und -simulation
WS 2005/2006

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (40 Punkte)

(a) Modellparameter:

- v_0=Wunschgeschwindigkeit und τ=Geschwindigkeitsanpassungszeit, da auf leerer hindernisfreier Strecke die Ungleichungsbedingung des Modells immer erfüllt ist und damit das Modell für diesen Fall zum OVM wird.
- s_0=Mindest- bzw. Halteabstand und b ist die konstante Bremsverzögerung beim Annähern ($\Delta v > 0$) an langsamere Fahrzeuge oder Ampeln.

Das Modell berücksichtigt *keine* Reaktionszeit, was v.a. für das Anfahren und Bremsen wesentlich ist. [Ferner wird keine Folgezeit berücksichtigt, d.h. die Fahrer können sich den Vorderfahrzeugen bei gleichmäßigem Verkehr ($\Delta v \approx 0$) bis auf den Abstand s_0 nähern.]

(b) Hier ist die Ungleichung immer erfüllt (di zweite Ampel ist grün und/oder weit weg). Zu lösen ist also die DGL

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{v_0 - v}{\tau}, \quad \text{mit} \quad v(0) = 0.$$

<u>(i) Geschwindigkeit:</u>

Wie üblich ergibt sich die Lösung aus der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung $v_H(t)$ und *einer* speziellen Lösung der vollen inhomogenen Gleichung, z.B. $v_I(t) = v_0$. Mit dem Exponentialansatz erhält man die homogene Lösung proportional zu $e^{-t/\tau}$, also

$$v(t) = v_H(t) + v_I(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + v_0.$$

Aus den Anfangsbedingungen $v(0) = 0$ ergibt sich die Integrationskonstante zu $A = -v_0$ und damit

$$v(t) = \underline{\underline{v_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).}}$$

<u>(ii) Ort:</u>

Mit $x(0) = 0$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
x(t) &= \int_0^t v(t')\,\mathrm{d}t' \\
&= v_0 \int_0^t \left(1 - e^{-\frac{t'}{\tau}}\right)\,\mathrm{d}t' \\
&= v_0 \left[t' + \tau e^{-\frac{t'}{\tau}}\right]_{t'=0}^{t} \\
&= v_0 t + v_0 \tau \left(e^{-\frac{t'}{\tau}} - 1\right) \\
&= \underline{\underline{v_0 t - v(t)\tau}}
\end{aligned}$$

(iii) Beschleunigung:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{v_0 - v(t)}{\tau} = \frac{v_0\left(1 - 1 + e^{-\frac{t'}{\tau}}\right)}{\tau} = \underline{\underline{\frac{v_0 e^{-\frac{t'}{\tau}}}{\tau}}}$$

(c) Es wird mit Bremsen begonnen, wenn die Grenze der Ungleichung erreicht ist:

$$\Delta v = \sqrt{2b(s - s_0)}.$$

Die Ampel stellt ein "stehendes Hindernis" dar, also $\Delta v = v$. Löst man das nach s auf, erhält man für den Abstand bei Bremsbeginn:

$$s = s_0 + \frac{v^2}{2b} = \underline{\underline{50.2\ \mathrm{m}}}.$$

Die Bremsverzögerung ist gleich $-\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \underline{\underline{b}}$. Da der Bremsweg bei konstanter Verzögerung b durch $\Delta x = v^2/(2b)$ gegeben ist, kommt das Fahrzeug im Abstand $\underline{\underline{s = s_0}}$ zum Stehen.

Aufgabe 2 (25 Punkte)

(a) Geschwindigkeiten durch Ablesen der Steigungen der Trajektorien:

$$\begin{aligned} v(x \leq 500\ \mathrm{m}) &\approx \frac{500\ m}{40\ s} = \underline{\underline{12.5\ \mathrm{m/s}}} = \underline{\underline{45\ \mathrm{km/h}}} \\ v(x > 500\ \mathrm{m}) &\approx \frac{400\ m}{60\ s} \approx \underline{\underline{6.7\ \mathrm{m/s}}} \approx \underline{\underline{24\ \mathrm{km/h}}} \\ \bar{v} &\approx \frac{900\ m}{100\ s} = \underline{\underline{9\ \mathrm{m/s}}} \approx \underline{\underline{32\ \mathrm{km/h}}} \end{aligned}$$

Gesamte Reisezeit für die 900 m lange Strecke: $\tau_{tt} = \underline{\underline{100\ \mathrm{s}}}$

Reisezeit für diese Fahrzeuge, wenn sie mit der anfänglichen Geschwindigkeit unterwegs wären:

$$\tau'_{tt} = \frac{900\ m}{12.5\ \mathrm{m/s}} \approx \underline{\underline{70\ \mathrm{s}}}.$$

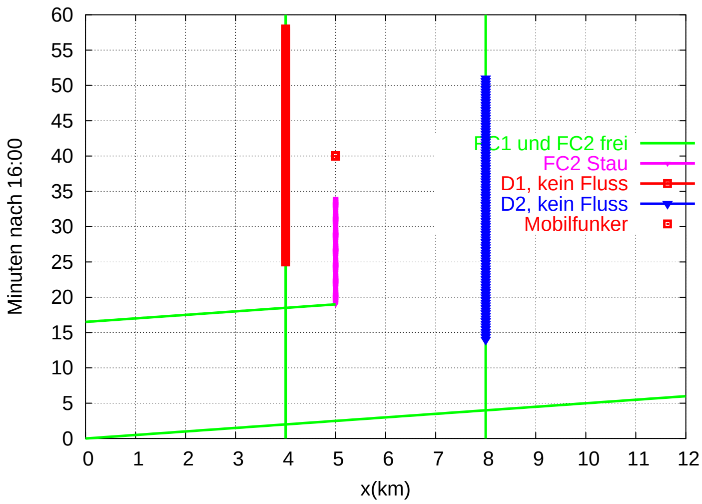
(b) Trajektorienbeginn im Innern des Plots $\Rightarrow$ es wird auf die Spur gewechselt, für die der Trajektorienplot gilt.

Trajektorienende im Innern des Plots $\Rightarrow$ es wird von dieser Spur auf eine andere gewechselt.

Es handelt sich anfangs um dichten bis zähfießenden Verkehr, nach der Verlangsamung um zähfließenden Verkehr mit erhöhter Dichte. Die dadurch verringerten Größen der Lücken behindern das Spurwechseln für $x > 500$ m.

Aufgabe 3 (30 Punkte)

(a) Raum-Zeit-Diagramm: Eindeutig freier Verkehr ist jeweils grün und dünn gekennzeichnet, alle anderen Informationen dick mit anderen Farben.



(b) Durch das erste Floating Car (FC1) ist die Geschwindigkeit im freien Verkehr mit 120 km/h oder 2 km pro Minute bekannt. Durch das zweite Floating Car (FC2) wissen wir, dass eine stromaufwärtige Staufront um 16:19 den Ort $x = 5$ passiert.

Anhand der stationären Detektoren D1 bei 4 km und D2 bei 8 km kann man bei verschwindenden Fluss nicht entscheiden, ob die Fahrbahn nun leer ist oder ob Stau herrscht (dies würde selbst für Detektoren mit Geschwindigkeitsmessung gelten!). Da aber FC2 stromabwärts von D1 einen Stau gemeldet hat, ist ein starkes Indiz dafür, dass D1 einen Stau detektiert, die Staufront kommt also um 16:25 bei $x = 4$ km vorbei.

Damit ist die Geschwindigkleit der stromaufwärtige Staufront durch

$$v_g^{\mathrm{up}} = \frac{-1\ \mathrm{km}}{6\ \mathrm{min}} = -10\ \mathrm{km/h}$$

gegeben (vgl. folgende Abbildung).

Das an D2 bei $x = 8$ km um 16:14 detektierte Verschwinden des Flusses ist nicht konsistent mit dem Passieren der stromaufwärtigen Staufront, da diese den Ort von D2 bereits um 16:01 passiert haben müsste. Dies ist ein starkes Indiz dafür, dass D2 ab 16:14 einen leeren Streckenabschnitt detektiert, die Streckensperrung also weiter stromaufwärts liegt.

Der Ort und der Zeitpunkt der Streckensperrung liegt damit auf den Schnittpunkt der Gleichung der stromaufwärtigen Staufront (x in km und t in Minuten ab 16:00)

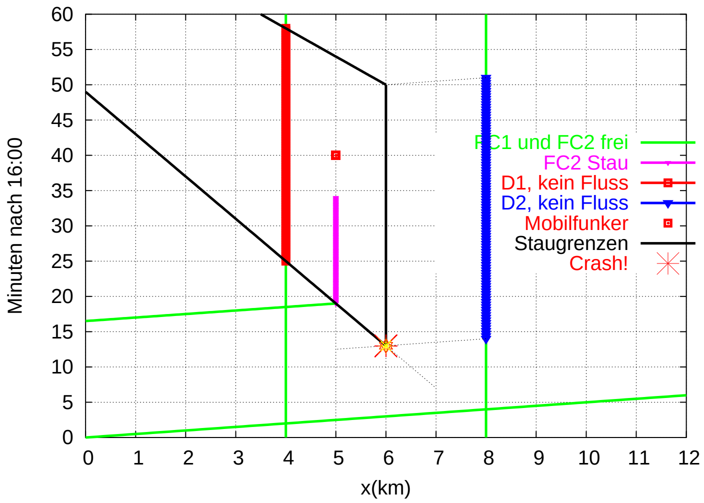
$$x^{\mathrm{up}}(t) = 4 + v_g^{\mathrm{up}}(t - 25) = 4 - (t - 25)/6$$

mit der Trajektorie $x_{\mathrm{last}}(t)$ des letzten, vor der Sperrung durchkommenden Fahrzeugs, welche im Orts-Zeit-Diagramm parallel zu FC1 liegt. Dieses kommt offensichtlich zur Zeit 16:14 bei $x = 8$ km an und hat damit die Trajektoriengleichung

$$x_{\mathrm{last}}(t) = 8 + v_0(t - 14) = 8 + 2(t - 14)$$

Mit $x^{\mathrm{up}}(t) = x_{\mathrm{last}}(t)$ ergeben sich Ort und Zeitpunkt der Sperrung:

$$x_{\mathrm{crash}} = \underline{\underline{6\ \mathrm{km}}}, \quad t_{\mathrm{crash}} = \underline{\underline{16:13}}.$$



Aufgabe 4 (25 Punkte)

(a) Modellparameter: $T_r =$ Reaktionszeit, $b_{\max} =$ maximal mögliche Bremsverzögerung (Verzögerung bei Notbremsung).

(b) Bremsweg $s_B(v)$ und Anhalteweg $s_A(v)$ sind nach elementarer Integration der konstanten Verzögerung gegeben durch

$$s_B(v) = \frac{v^2}{2b}, \quad s_A(v) = vT_r + s_B(v)$$

und damit

$$v = 50 \text{ km/h:} \quad s_B(v) = \underline{\underline{12.1 \text{ m}}},\ s_A(v) = \underline{\underline{25.9 \text{ m}}},$$
$$v = 70 \text{ km/h:} \quad s_B(v) = \underline{\underline{23.6 \text{ m}}},\ s_A(v) = \underline{\underline{43.1 \text{ m}}}.$$

(c) Zunächst wird aus der Situation mit $v_1 = 50$ km/h der anfängliche Abstand des Kindes ermittelt:

$$s_K(0) = s_A(v_1) = 25.9 \text{ m}.$$

Am Ende der Reaktionszeit wäre bei der Situation mit $v_2 = 70$ km/h das Kind nur noch

$$s_K(T_r) = s_K(0) - v_2 T_r = 6.50 \text{ m}$$

von der Kühlerhaube entfernt.

Nun bräuchte der Fahrer noch die Strecke $s_B(v_2)$=23.6 m zum Bremsen, hat aber nur $s_K(T_r)$=6.5 m zur Verfügung. Ohne Kollision würde das Fahrzeug also eine zusätzliche Strecke $\Delta s = 17.13$m bis zum Stillstand benötigen. Daraus ergibt sich die Kollisionsgeschwindigkeit durch Umstellen der Bremswegsgleichung zu

$$v_{\text{coll}} = \sqrt{2b\Delta s} = \underline{\underline{16.56 \text{ m/s}}} = \underline{\underline{59.6 \text{ km/h}}}$$

Setzt man alle Zahlenwerte erst zum Schluss ein, bekommt man übrigens den allgemeinen Ausdruck

$$v_{\text{coll}} = \sqrt{v_2^2 - v_1^2 + 2b\,(v_2 - v_1)\,T_r} = \sqrt{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1 + 2bT_r)}.$$