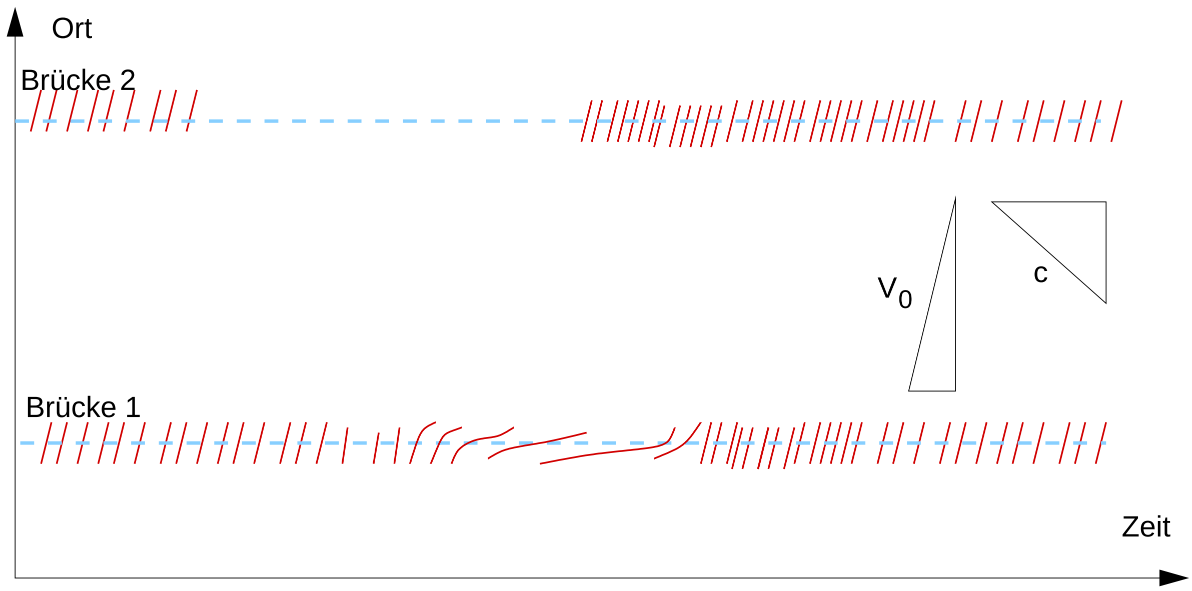
Klausur zur Vorlesung
Verkehrsdynamik und -simulation, SS 2017
Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Von zwei Brücken aus werden Trajektoriendaten aufgenommen, die aber jeweils nur einen kleinen Bereich abdecken (vgl. Abbildung).



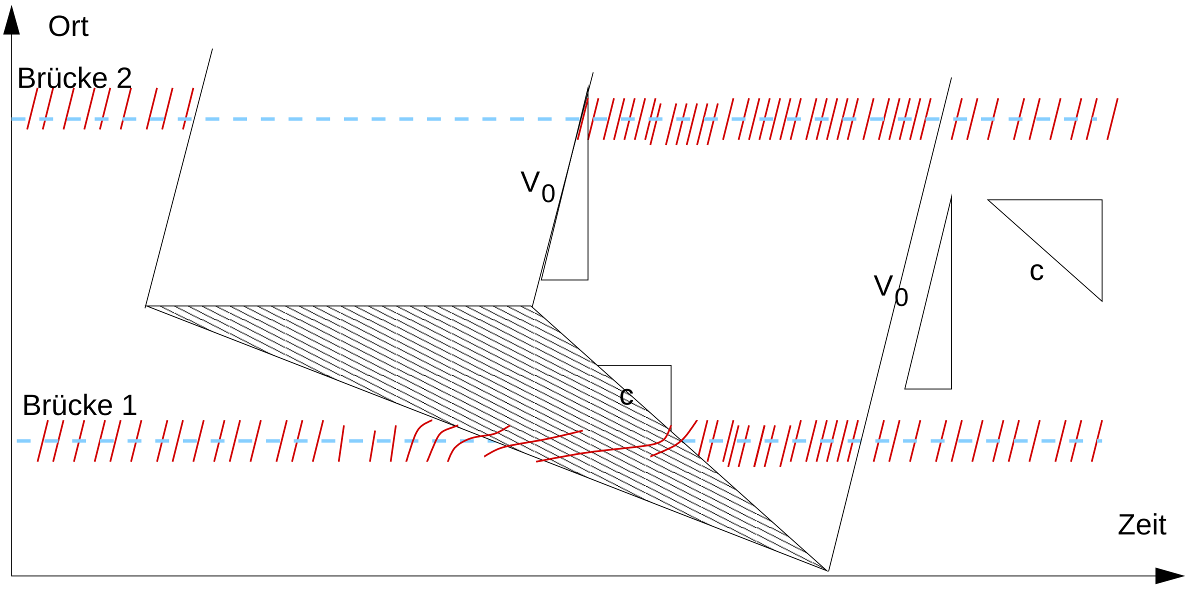
(a) Es gibt Indizien für eine Vollsperrung, da an der stromabwärtigen Brücke 2 gar keine Fahrzeuge mehr ankommen.

(b) Brücke 1: Zunächst freier Verkehr, dann nahezu stehender Verkehr, dann freier, aber dichter Verkehr (hoher Fluss, der als maximal interpretiert werden kann), dann wieder normal freier Verkehr

Brücke 2: Zunächst freier Verkehr, dann gar kein Verkehr, dann wie bei Brücke 1 freier Verkehr mit zunächst hohem/maximalem, dann niedrigerem Fluss.

(c) Nach Aufhebung einer Sperrung (egal, ob Voll- oder Teilsperrung) entsteht ein stromabwärtige Übergang Stau $\to$ Maximalflusszustand, der sich stromaufwärts mit der konstanten Geschwindigkeit $c < 0$ auszubreitet und schließlich auf die Brücke 1 zum Zeitpunkt des dortigen Übergang Stau $\to$ frei stößt. Gleichzeitig entsteht an der Unfallstelle zum Aufhebungszeitpunkt ein Übergang kein Verkehr $\to$ Maximalfluss, der sich (im dreieckigem Fundamentaldiagramm) stromabwärts mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $(Q_{\text{out}} - 0)/(\rho_c - 0) = V_0$ ausbreitet und schließlich auf Brücke 2 zum Zeitpunkt des dortigen Übergangs kein Verkehr - Maximalflusszustand trifft. Beide Geraden sind also durch je einen Punkt und ihre Steigung festgelegt und es existiert ein definierter Schnittpunkt, der Ort und Zeit der Aufhebung der Behinderung und damit den Unfallort angibt.

Hinweis: Eine korrekte Eintragung des Stauortes und des Zeitpunkts der Aufhebung der Behinderung in die Abbildung des Aufgabenblattes (siehe Abbildung) genügt für volle Punktzahl.



.

(d) Beim Unfall enstehen an der Unfallstelle zum Unfallzeitpunkt zwei Übergänge: freier Verkehr - kein Verkehr stromabwärts und freier Verkehr-Stau stromaufwärts. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des zweiten Übergangs hängt allerdings von der Engstellenkapazität und der Nachfrage ab und ist unbekannt, während die stromabwärtige Front sich mit bekannter Geschwindigkeit V_0 stromabwärts bewegt. Ein Punkt dieses Übergangs ist an Brücke 2 durch den Übergang frei - kein Verkehr bekannt, sodass zusammen mit ihrer Steigung die Front bekannt ist. Schnittpunkt mit dem bekanntem Ort des Unfalls ergibt dann den Unfallzeitpunkt (vgl. wieder die Abbildung).

Hinweis: Eine korrekte Eintragung des Unfallszeitpunktes in die Abbildung des Aufgabenblattes (siehe Abbildung) genügt für volle Punktzahl.

Aufgabe 2 (25 Punkte)

Gegeben sei das Lighthill-Whitham-Richards-Modell mit dem dreieckigem Fundamentaldiagramm

$$Q(\rho) = \min\left(V_0\rho, \frac{1}{T}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)\right).$$

(a) Die Eigenschaften makroskopischer Verkehrsströme entsprechen näherungsweise den Mittelwerten der mikroskopischen Fahrzeugflotte, also hier

- $V_0 = 0.75 * 120\,\mathrm{km/h} + 0.25 * 80\,\mathrm{km/h} = 110\,\mathrm{km/h}$
- $T = 0.75 * 1.5\,\mathrm{s} + 0.25 * 2\,\mathrm{s} = 1.625\,\mathrm{s}$
- $\rho_{\max} = 1/(3\,\mathrm{m} + 0.75 * 4\,\mathrm{m} + 0.25 * 12\,\mathrm{m} = 1/(9\,\mathrm{m}) = 111\,\mathrm{Fz/km}.$

(b) Bei einstreifigen Fahrbahnen wird die Maximalgeschwindigkeit immer von der kleinsten Wunschgeschwindigkeit bestimmt, so dass eine Mittelung nicht anwendbar ist. Hingegen kann man auch im Stau immer individuell seinen Mindestabstand und die Folgezeit wählen, so dass eine Mittelung gerechtfertigt ist.

(c) Es gilt direkt auch makroskopisch $V_0 = 120\,\mathrm{km/h}$. Die Parameter T und $\rho_{\max}$ bzw. $l_{\mathrm{eff}} = 1/\rho_{\max}$ sind nicht mit Schleifendetektoren messbar, wohl aber Maximalflüsse und – bei mehreren Detektoren – die Ausbreitungsgeschwindigkeit c. Der Zusammenhang ist durch

$$Q_{\max} = \frac{V_0}{V_0 T + l_{\mathrm{eff}}}, \quad c = -\frac{l_{\mathrm{eff}}}{T}$$

gegeben. Einsetzen von $l_{\mathrm{eff}} = -cT$ in die Gleichung für $Q_{\max}$ ergibt

$$Q_{\max} = \frac{V_0}{(V_0 - c)T}$$

und damit neben $V_0 = 120\,\mathrm{km/h}$

$$T = \frac{V_0}{(V_0 - c)Q_{\max}} = 1.565\,\mathrm{s}, \quad l_{\mathrm{eff}} = -cT = 7.83\,\mathrm{m}, \quad \rho_{\max} = \frac{1}{l_{\mathrm{eff}}} = 128\,\mathrm{Fz/km}.$$

Allgemeine Hinweise:

(c) Alle Mittelungen beziehen sich auf räumliche Mittel, da es um die Zahl der Fahrzeuge in einem festen Gebiet zu einer bestimmten Zeit geht. Dies wurde hier aber sowieso nicht näher spezifiziert.

(c) Die makroskopische Dichte ist gleich dem Kehrwert des mittleren Minimalabstandes zweier Fahrzeuge. Also muss man den Minimalabstand mitteln und dann den Kehrwert bilden, nicht die individuellen Maximaldichten von PKW und LKW direkt mitteln!

Aufgabe 3 (20 Punkte)
Beschleunigungsgleichung des IDM:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a\left[1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)4 - \left(\frac{s^*}{s}\right)^2\right]$$

mit dem dynamischen Wunschabstand

$$s^*(v, v_l) = s_0 + \max\left(0, vT + \frac{v(v - v_l)}{2\sqrt{ab}}\right)$$

(a) Annäherung an eine rote Ampel, deren Haltelinie durch ein stehendes virtuelles Fahrzeug ($v_l = 0$) der Länge 0 modelliert wird, mit der Wunschgeschwindigkeit $v = v_0$ ergibt die Beschleunigung

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -a\left(\frac{s^*}{s}\right)^2$$

Der kritische Abstand s_c ergibt sich, wenn man diese Beschleunigung $= -b$ setzt. Mit $a = b$ ergibt dies

$$s = s_c = s^* = s_0 + v_0 T + \frac{v_0^2}{2b}.$$

Anschauliche Bedeutung: Mindestabstand + Anhalteweg, wenn man eine Reaktionszeit von T und eine Bremsverzögerung von b annimmt.[1]

(b) Bei einer Wunschgeschwindigkeit $v_0 = 50/3.6\,\mathrm{m/s}$ ergibt sich der kritische Abstand $s_c = 48.0\,\mathrm{m}$ und die Mindestgelbphase $\tau_g = s_c/v_0 = 3.46\,\mathrm{s}$.

Bei $v_0 = 70/3.6\,\mathrm{m/s}$ erhält man $s_c = 84.4\,\mathrm{m}$ und $\tau_g = 4.34\,\mathrm{s}$. *Bemerkung:* Beide Werte sind geringfügig über den RilSa-Mindestwerten der Gelbphase von 3 bzw. 4 Sekunden.

(c) Ist die Ampel schon länger rot, würde der IDM-Fahrer schon bei Abständen größer als s_c zu Verzögern beginnen, da das IDM eine kontinuierliche Reaktion zeigt, die erst für $s \to \infty$ verschwindet.

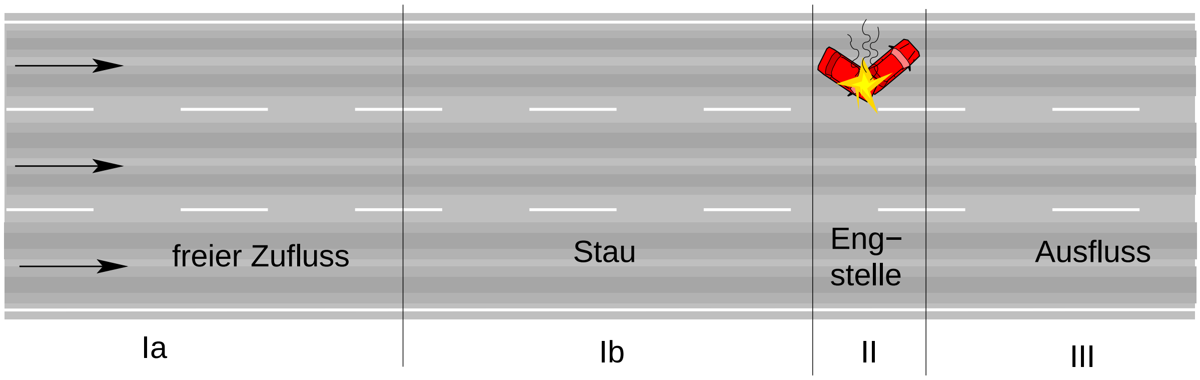
Allgemeine Hinweise:

(c) Hier nicht spekulieren, sondern rein mit dem Modell (dem IDM) argumentieren: Heranfahren des IDM-Fahrers von großer Entfernung an eine rote Ampel: Wird bei v_0 schon im Abstand $s > s_c$ gebremst? Dies hat nichts mit der in (a), (b) diskutierten Entscheidungsheuristik beim Umschalten zu tun!

[1] Allerdings enthält das IDM *keine* Reaktionszeit. Wie aber die Herleitung des Gipps-Modells in der Vorlesung gezeigt hat, hängen Reaktionszeit T_r und Folgezeit T in dem Sinne zusammen, dass unter bestimmten Worst-Case-Annahmen Auffahrunfälle dann verhindert werden, wenn $T \geq T_r$.

Aufgabe 4 (50 Punkte)

Gegeben ist eine dreistreifige Richtungsfahrbahn, auf der um 17:00 ein Unfall passiert, welcher zu einer einstündigen Teilsperrung eines Streifens mit nachfolgender Staubildung führt (siehe Skizze):



Modellierung mit dem LWR mit $V_0 = 120\,\mathrm{km/h}$, $T = 1.5\,\mathrm{s}$ und $l_{\mathrm{eff}} = 10\,\mathrm{m}$.

(a) Die fahrstreifenbezogene Kapazität ist

$$Q_{\max} = \frac{V_0}{V_0 T + l_{\mathrm{eff}}} = 2\,000\,\mathrm{Fz/h},$$

also die Gesamtkapazität $K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{III}} = 3Q_{\max} = 6\,000\,\mathrm{Fz/h}$, was oberhalb der Nachfrage von $5\,000\,\mathrm{Fz/h}$ liegt und damit problemlos bewältigbar ist.

(b) Mit $V_0 = 20\,\mathrm{m/s}$ gilt zunächst $Q_{\max} = V_0/(V_0 T + l_{\mathrm{eff}}) = 1\,800\,\mathrm{Fz/h}$ und damit die Engstellenkapazität

$$K_{\mathrm{II}} = 3\,600\,\mathrm{Fz/h}$$

Diese liegt unterhalb der Nachfrage, so dass es zum Stau kommt.

(c) Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Übergangs frei-Stau gilt (siehe Skizze)

$$c_{ab} = \frac{Q_{Ia} - Q_{Ib}}{\rho_{Ia} - \rho_{Ib}} = -3.59\,\mathrm{m/s} = -12.9\,\mathrm{km/h}.$$

Hierbei wurden

$$Q_{Ia} = Q_{\mathrm{in}}/3 = 1\,667\,\mathrm{Fz/h}, \quad Q_{Ib} = K_{\mathrm{II}}/3 = 1\,200\,\mathrm{Fz/h}$$

sowie

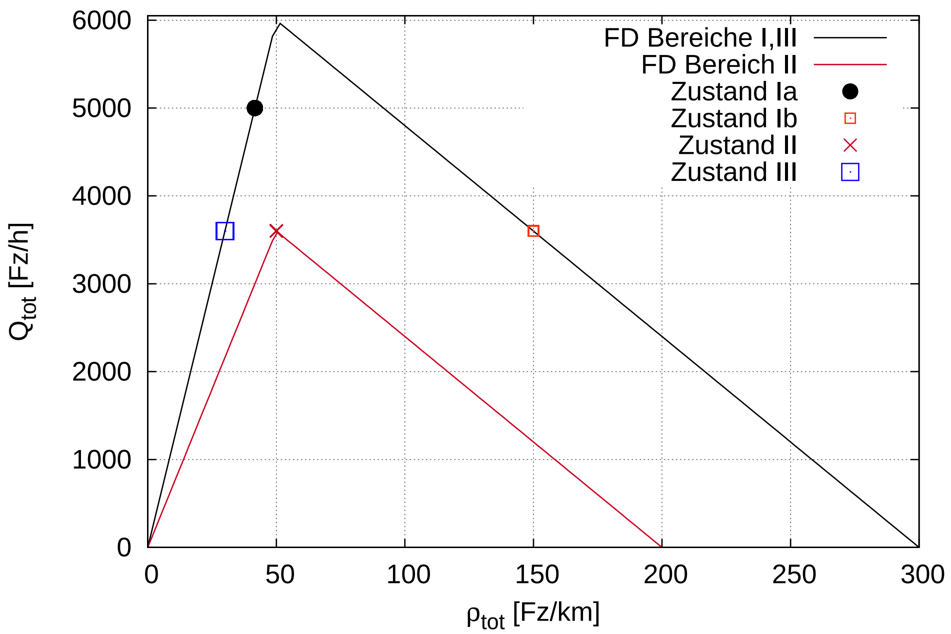
$$\rho_{Ia} = Q_{Ia}/V_0 = 13.9\,\mathrm{Fz/km}, \quad \rho_{Ib} = \rho_{\mathrm{cong}}(Q_{Ib}) = \rho_{\max}(1 - Q_{Ib}T) = 50\,\mathrm{Fz/km}$$

verwendet.

Die Geschwindigkeit im Staubereich ist

$$V_{\mathrm{Ib}} = \frac{Q_{\mathrm{Ib}}}{\rho_{\mathrm{Ib}}} = 6.67\,\mathrm{m/s} = 24\,\mathrm{km/h}$$

(d) Fundamentaldiagramm der totalen Größen mit allen Punkten:



Hierbei wurden noch der Maximalflusszustand $Q_{\mathrm{II}}^{\mathrm{tot}} = K_{\mathrm{II}} = 3\,600\,\mathrm{Fz/h}$, $\rho_{\mathrm{II}}^{\mathrm{tot}} = Q_{\mathrm{II}}^{\mathrm{tot}}/V_{\mathrm{II}} = 50\,\mathrm{Fz/km}$ benötigt, sowie die Dichten im Zuflussbereich $\rho_{\mathrm{Ia}}^{\mathrm{tot}} = 3\rho_{Ia} = 41.6\,\mathrm{Fz/km}$ und im Ausflussbereich $\rho_{\mathrm{III}}^{\mathrm{tot}} = K_{\mathrm{II}}/V_{0,\mathrm{III}} = 30\,\mathrm{Fz/km}$.

(e) Der neue Zustand “Ausfluss aus dem Stau” befindet sich an der Spitze des Fundamentalsiagramms bei

$$\rho_{\mathrm{out}}^{\mathrm{tot}} = 3\rho_c = 50\,\mathrm{Fz/km}, \quad Q_{\mathrm{out}}^{\mathrm{tot}} = 3Q_{\max} = 6\,000\,\mathrm{Fz/h}.$$

Damit

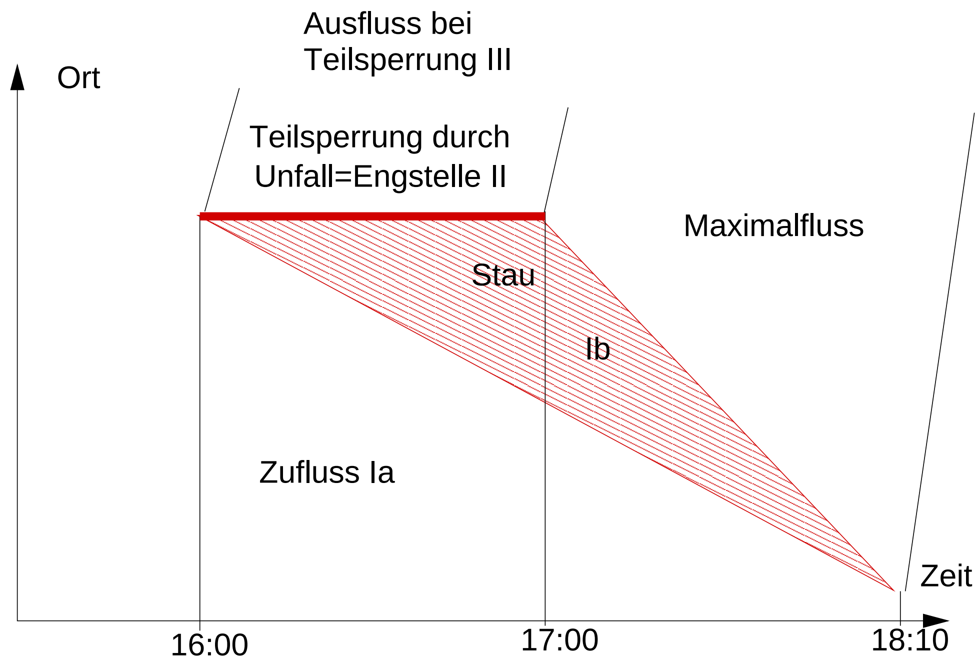
$$c = -\frac{l_{\mathrm{eff}}}{T} = -6.67\,\mathrm{m/s} = -24\,\mathrm{km/h}$$

Da c negativer ist als c_{ab}, schrumpft der Stau nun mit der Rate $c_{\mathrm{ab}} - c$ und löst sich nach einer Zeitdifferenz von

$$\tau = \frac{L_{\max}}{c_{\mathrm{ab}} - c} = \frac{-c_{\mathrm{ab}} 3\,600\,\mathrm{s}}{c_{\mathrm{ab}} - c} = 4\,200\,\mathrm{s}$$

auf. Hierbei ist $L_{\max} = 12.9\,\mathrm{km}$ die maximale Staulänge

Hinweis: Staulänge und Auflösungszeit waren quantitativ gar nicht verlangt. Eine qualitativ korrekte Raum-Zeit-Skizze genügt für volle Punktzahl.



Allgemeine Hinweise:

(c) Man kann nicht oft genug darauf hinweisen: Bei Bestimmung der Dichte des "gestauten Zweigs" des Fundamentaldiagramms bei vorgegebenem Fluss mit $\rho_{\text{cong}} = \rho_{\max}(1 - QT)$

- erstens mit spurbezogenen Größen arbeiten (sonst kommt ρ_{cong} gerne negativ heraus; Smiley),
- zweitens mit SI-Einheiten arbeiten: T ist in Sekunden angegeben, dann muss Q in 1/Sekunden angegeben sein, um die korrekte einheitenlose Größe QT zu ergeben. Der Grund ist, dass T die Folgezeit zum *unmittelbaren Vorderfahrzeug* angibt, sich also auf eine 1-Spur Situation bezieht.

(c) Bei der Schockwellenformel konsistent mit der Zuordnung der Flüsse und Dichten auf die jeweiligen Bereiche sein. Ferner beziehen sich hier beide Bereiche Ia und Ib immer auf die *dreistreifige* Strecke, es hat also nicht mit den Größen Q_{II} und ρ_{II} zu tun.

(c) Im Geggensatz zu der ρ_{cong}-Formel funktioniert die Schockwellenformel auch mit totalen Dichten.

(d) Diskutiert man Engstellensituationen mit Fundamentaldiagrammen, sind immer die *totalen* Flüsse und Dichten relevant!