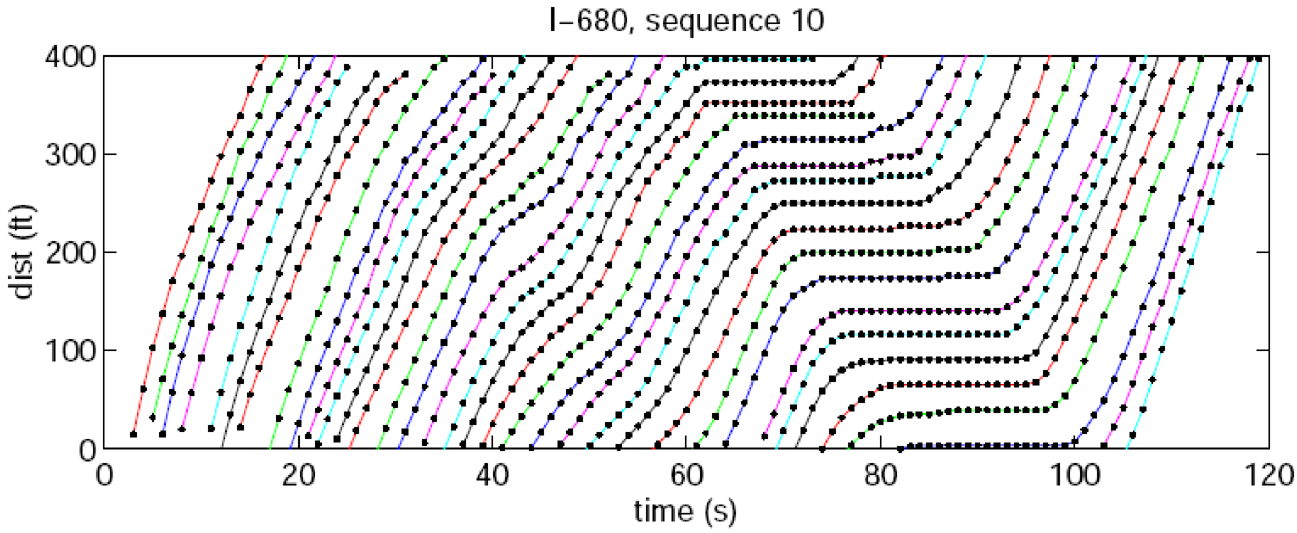
Klausur zur Vorlesung Verkehrsdynamik und -simulation SS 2009

Lösungsvorschlag

Insgesamt 120 Punkte

Aufgabe 1 (40 Punkte)

Gegeben sind Trajektoriendaten eines Fahrstreifens einer amerikanischen Autobahn:



(a) *Betrachten Sie zunächst die Ausbreitungsrichtung der Geschwindigkeitsschwankungen, welche zwischen etwa 50 s und 60 s sowie zwischen 80 s und 100 s den Ort $x = 0$ erreichen. Entspricht die Ausbreitungsrichtung gebundenem oder freiem Verkehr?*

Lösung: Die Ausbreitungsrichtung ist entgegen der Steigung der Trajektorien, also entgegen der Richtung der Fahrzeuge. Damit handelt es sich in beiden Fällen um *gebundenen* Verkehr.

(b) *Betrachten Sie nun den Streckenabschnitt zwischen 0 und 200 ft im Zeitintervall zwischen 20 s und 40 s. Wie hoch sind Dichte, Verkehrsfluss und Geschwindigkeit in diesem Bereich? (Hinweis: 1 ft=30.5 cm)*

Lösung: :

– Dichte:

$$\rho \approx \frac{4\,\text{Fahrzeuge}}{200\,\text{ft}} = \frac{4\,\text{Fahrzeuge}}{61\,\text{m}} = \underline{\underline{66\,\text{Fz/km}}}$$

Zähl man bei 40 s und nicht bei 20 s, erhält man 5 statt 4 Fahrzeuge und damit 81 Fz/km, was auch voll zählt.

– Fluss:

$$Q \approx \frac{10\,\text{Fahrzeuge}}{20\,\text{s}} = 0.5\,\text{Fz/s} = \underline{\underline{1\,800\,\text{Fz/h}}}$$

– Geschwindigkeit:

$$V = \frac{Q}{\rho} \approx \underline{\underline{27\,\text{km/h}}}$$

Oder durch Steigung:

$$V \approx \frac{200\,\text{ft}}{8\,\text{s}} = \frac{61\,\text{m}}{8\,\text{s}} = 7.6\,\text{m/s} = 27\,\text{km/h}$$

Hinweis: Bei all diesen Abschätzungen ist alles hinter der zweiten signifikanten Stelle sinnlos, manchmal (bei hohen Anfangsziffern) selbst diese!

(c) *Bestimmen Sie nun die Dichte im Bereich stehenden Verkehrs.*

Lösung: Stehender Verkehr ⇒ Bereich waagerechter Trajektorien, also

$$\rho_{\text{jam}} = \frac{17}{400\,\text{ft}} = \frac{17}{122\,\text{m}} = \underline{\underline{140\,\text{Fz/km}}}.$$

Zwecks Minimierung der Diskretisierungsfehler ("17 oder 16 waagerechte Trajektorien? oder zählt man die unterste überhaupt mit?") wurde über den gesamten dargestellten bereich summiert. Teilausschnitte ergeben aber auch volle Punktzahl.

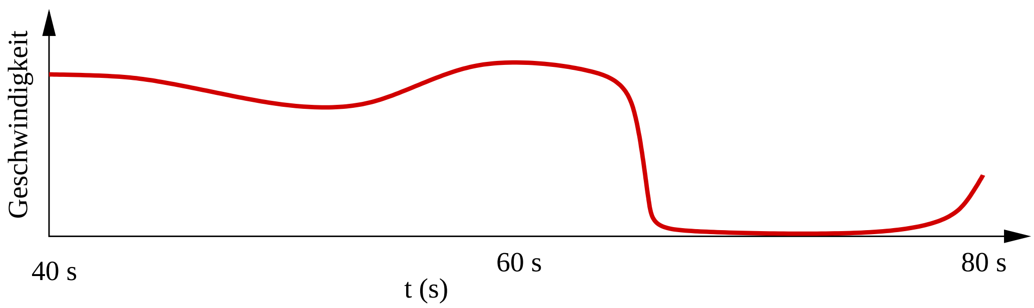
(d) *Wie lange benötigt das knapp vor 40 s in den Messbereich einfahrende Fahrzeug, um diesen zu durchqueren? Wie hoch ist also die Durchschnittsgeschwindigkeit?*

Lösung: Das Fahrzeug erreicht den stromabwärtigen Rand bei 80 s, also Reisezeit $\underline{\underline{40\,\text{s}}}$.

Mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{V} = \frac{400\,\text{ft}}{40\,\text{s}} = \frac{10\,\text{ft}}{1\,\text{s}} = 3.05\,\text{m/s} = \underline{\underline{11\,\text{km/h}}}.$$

(e) *Zeichnen Sie qualitativ eine Geschwindigkeitszeitreihe dieses Fahrzeugs.*



Gefragt war "qualitativ". Die Geschwindigkeitswerte oder die Skalierung müssen also nicht angegeben werden (eine der seltenen Fälle, in dem die "Todsünde" fehlender Einheiten zulässig ist)

(f) *Schätzen Sie die Beschleunigung ab, mit der die Fahrzeuge aus dem Stau heraus die ersten 10 Sekunden beschleunigen.*

Lösung: z.B. die Trajektorie, die einem Start aus dem Stau bei $x = 0$ und $t = 100\,\text{s}$ entspricht:

$$\frac{\text{d}v}{\text{d}t} = \frac{\text{v}_{\text{end}}}{\Delta t} = \frac{400\,\text{ft}/13\,\text{s}}{5\,\text{s}} = 6.2\,\text{ft/s}^2 = \underline{\underline{1.7\,\text{m/s}^2}}.$$

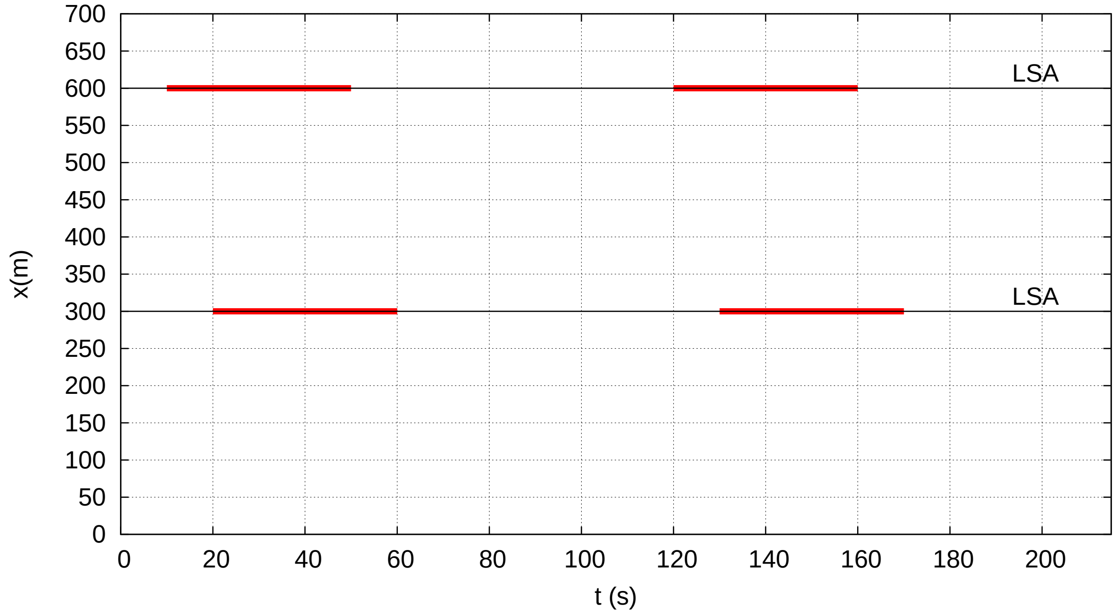
Wie hoch ist der Ausfluss aus dem Stau?

Lösung: Gleich dem Fluss, nachdem die Endgeschwindigkeit erreicht ist, also z.B. die letzten 20 s bei $x = 400\,\text{ft}$:

$$Q_{\text{out}} = \frac{10\,\text{Fahrzeuge}}{20\,\text{s}} = 0.5\,\text{Fz/s} = \underline{\underline{1\,800\,\text{Fz/h}}}.$$

Aufgabe 2 (35 Punkte)

Der Verkehrsfluss auf einem mit zwei Lichtsignalanlagen (LSA) gesteuerten Hauptstraßenabschnitt durch einen Ort (ein Fahrstreifen in der betrachteten Richtung) soll mit dem Lighthill-Whitham-Richards-Modell simuliert werden. Dabei wird ein "dreieckiges" Fundamentaldiagramm mit der Beziehung $Q(\rho) = \min(V_0\rho, 1/T(1 - l_{\text{eff}}\rho))$ mit den Modellparametern $v_0 = 54\,\text{km/h}$, $T = 1.5\,\text{s}$ und $l_{\text{eff}} = 7.5\,\text{m}$ angenommen. Folgende Abbildung zeigt die Positionen der LSA einschließlich der Zeitintervalle mit Signal "rot" (fettgeruckte Linien).



(a) *Bestimmen Sie die modellierte Kapazität auf freier Strecke (ohne LSA) und die dazugehörige kritische Dichte beim Übergang von freiem zu gebundenem Verkehr. Wie hoch ist die Verkehrsdichte in den Warteschlangen hinter "roten" Ampeln? Wie hoch ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Störungen im Stau? Gilt diese Ausbreitungsgeschwindigkeit auch für den Übergang Warteschlange-Ausfluss nach Grünwerden einer LSA?*

Lösung: Kapazität:

$$K = Q_{\max} = \frac{1}{T\left(1 - \frac{l_{\text{eff}}}{l_{\text{eff}}+v_0 T}\right)} = \underline{\underline{0.5\,\text{s}}} = \underline{\underline{1\,800\,\text{Fz/h}}}.$$

Verkehrsdichte in den Warteschlangen:

$$\rho_{\text{Schlange}} = \rho_{\max} = \frac{1}{l_{\text{eff}}} = \underline{\underline{133\,\text{Fz/km}}}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit von Störungen im Stau:

$$c_{\text{cong}} = -\frac{l_{\text{eff}}}{T} = \underline{\underline{-5\,\text{m/s}}} = \underline{\underline{-18\,\text{km/h}}}$$

Diese Ausbreitungsgeschwindigkeit gilt auch für die Fortpflanzung des Übergangs Stau→ frei nach Grünwerrden der LSA.

(b) *Die Verkehrsnachfrage (Zufluss bei $x = 0$) sei nun konstant und durch 1029 Fz/h gegeben. Unter welchen Bedingungen ist die Annahme eines konstanten Zuflusses sinnvoll?*

Lösung: Dies ist nur sinnvoll für die erste LSA bei Ortseinfahrt. Danach kommt der Verkehrsfluss schwallförmig, in Abhängigkeit der Schaltzyklen der weiter stromausfwärts gelegenen LSA.

Nehmen Sie nun eine freie Streckenkapazität von 1 800 Fz/h an und bestimmen Sie daraus die über eine Umlaufzeit gemittelte Kapazität. Reicht sie für die gegebene Verkehrsnachfrage aus?

Lösung: In der Skizze ist nicht von Sicherheitszeiten (Gelbphasen) die Rede, also wird Grün angenommen, falls die LSA gerade nicht rot ist. Die gemittelte Kapazität damit z.B. aus einer Verhältnisgleichung:

$$\overline{K} = Q_{\max}\frac{70}{110} = \underline{\underline{1\,145\,\mathrm{Fz/h}}}$$

Für eine Nachfrage (Zufluss) von 1 029 Fz/h ist die Kapazität also ausreichend.

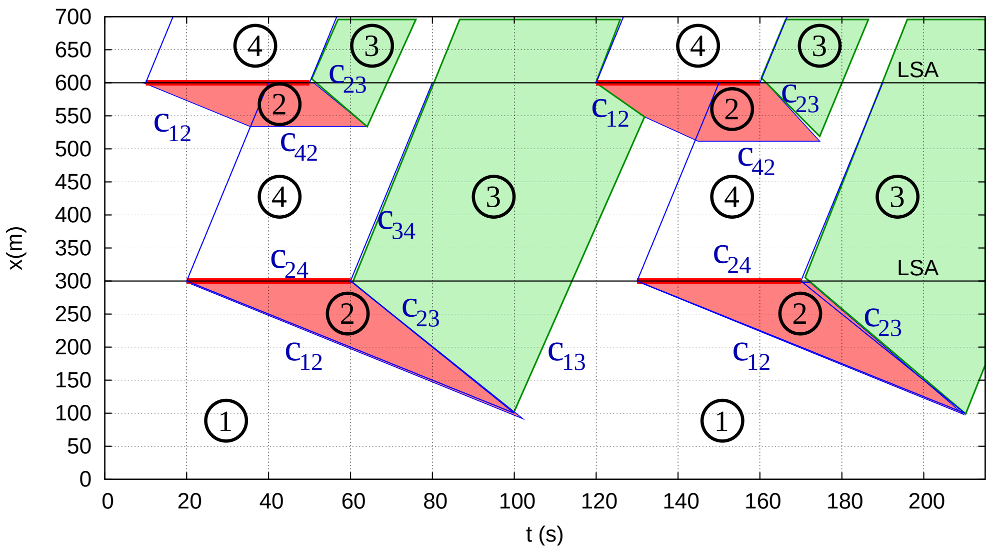
(c) Berechnen Sie den raumzeitlichen Verlauf der Warteschlange, welche durch die erste Rotphase der LSA bei 300 m entsteht. Nehmen Sie als Anfangsbedingung durchgehend freien Verkehr der Stärke 1029 Fz/h an. Wann und an welchem Ort löst sich die Warteschlange auf?

(d) *Zeichnen Sie in das Diagramm den raumzeitlichen Verlauf aller entstehenden Warteschlangen bei anfangs freiem Verkehr.*

Lösung: Bei den angegebenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten ergeben sich folgende Steigungen:

- Zufluss-Warteschlange: 1 vertikale Kästchenseite pro horizontaler Kästchenseite in negativer x-Richtung
- Ausfluss aus dem Stau: 2 vertikale Kästchenseiten pro horizontaler Kästchenseite in negativer x-Richtung
- Übergänge leere Straße-Ausfluss und Ausfluss-leere Straße: 6 vertikale Kästchenseiten pro horizontaler Kästchenseite in positiver x-Richtung

Damit Skizze:



Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben ist ein makroskopisches Modell mit den Geschwindigkeits-Dichte Relation

$$V_e(\rho) = V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)$$

mit $V_0 = 20\,\mathrm{m/s}$ *und* $\rho_{\max} = 100\,\mathrm{Fz/km}$. *Berechnen und zeichnen Sie das Fluss-Geschwindigkeits-Diagramm* $Q(V)$.

Lösung: Fluss:

$$Q_e(\rho) = \rho V_e(\rho) = \rho V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right) \tag{1}$$

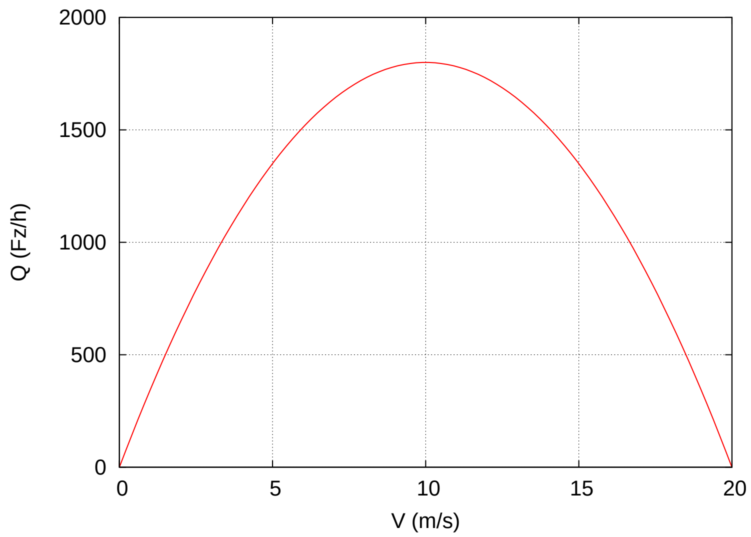
Isolierung der Dichte aus der V_e-Gleichung der Aufgabenstellung:

$$\rho(V_e) = \rho_{\max} \left(1 - \frac{V_e}{V_0}\right)$$

Einsetzen in Gl. (1):

$$Q_e(V_e) = \rho_{\max} \left(1 - \frac{V_e}{V_0}\right) V_0 \left(\frac{V_e}{V_0}\right) = V_e \rho_{\max} \left(1 - \frac{V_e}{V_0}\right).$$

Zeichung:



Aufgabe 4 (35 Punkte)

Der Kraftstoffverbrauch eines Fahrzeugs soll in verschiedenen Situationen analysiert werden. Dabei sind folgende allgemeine Größen und Fahrzeugkenngrößen gegeben:
Fahrzeugmasse 1.5 t, Stirnfläche $2.5\,\mathrm{m}^2$*, cw-Wert 0.3, Brennwert* $40*10^6\,\mathrm{J}$ *pro l Kraftstoff, konstanter Wirkungsgrad 0.3, Dichte der Luft* $1.3\,\mathrm{kg/m}^3$ *und* $g = 9.81\,\mathrm{m/s}^2$*.*

(a) *Die benötigte Grundleistung* P_0 *schwankt stark je nach Ladezustand der Batterie und eingeschalteter Verbraucher wie Licht, Radio und Klimaanlage und wird deshalb am besten vor Ort bestimmt. Der Bordcomputer zeigt bei 50 km/h und Leerlaufbetrieb einen Verbrauch von 2 Liter/100 km an. Wie hoch ist* P_0*?*

Lösung: Die Grundleistung P_0 ist bei konstantem Wirkungsgrad γ proportional zur Verbrauchsrate $\dot{C}$:

$$P_0 = \dot{C}\gamma w_{\mathrm{cal}}$$

Die Verbrauchsrate wiederum ergibt sich aus der Verbrauchsanzeige, welche $C_x = \dot{C}/v$ anzeigt. Damit

$$P_0 = C_x v \gamma w_{\mathrm{cal}} = \underline{\underline{3.3\overline{3}\,\mathrm{kW}}}.$$

Hierbei wurden $C_x = 0.02\,\mathrm{Liter/km}$, $v = (50/3.6)\,\mathrm{m/s}$, $\gamma = 0.3$, und $w_{\mathrm{cal}} = 40 * 10^6\,\mathrm{J/Liter} = 40 * 10^6\,\mathrm{Ws/Liter}$ eingesetzt.

(b) *Steht das Fahrzeug (mit laufendem Motor), springt die Verbrauchsanzeige von Liter/100 km auf Liter/h um. Welcher Wert wird angezeigt?*

Lösung: direkt der Wert

$$\dot{C} = vC_x = 50\,\mathrm{km/h}\;2\,\mathrm{Liter}/(100\,\mathrm{km}) = \underline{\underline{1\,\mathrm{Liter/h}}}.$$

(c) *Der Reibungswiderstand* μ *hängt stark von Reifentyp und -druck sowie von der Temperatur ab und wird deshalb ebenfalls vor Ort bestimmt: Auf einer Gefällestrecke mit 3% behält das Fahrzeug im Leerlaufbetrieb bei 54 km/h genau seine Geschwindigkeit. Wie hoch ist* μ*? (Hinweis: Der Luftwiderstand ist nicht vernachlässigbar).*

Lösung: Leerlauf $\Rightarrow$ die Motorleistung ist gleich der Leerlaufleistung, also

$$P = \max(P_0 + Fv, 0) = P_0 \Rightarrow F = 0.$$

Die Bedingung $F = 0$ auch direkt, denn schließlich treibt der Motor im Leerlaufbetrieb weder an, noch bremst er, also ist der gesamte Fahrwiderstand einschließlich evtl. Trägheitskräfte und Hangabtriebskräfte gleich null. Damit

$$0 = F = m\dot{v} + (\alpha + \mu)mg + \frac{1}{2}c_w \rho_L A v^2,$$

also mit $\dot{v} = 0$ und dem Gefälle $\alpha = -0.03$:

$$\mu = -\alpha - \dot{v} - \frac{c_w \rho_L A v^2}{2mg} = \underline{\underline{0.021}}.$$

(d) *Nehmen Sie nun $P_0 = 3.33\,\mathrm{kW}$ und $\mu = 0.02$ an. Berechnen Sie den auf 100 km bezogenen Verbrauch bei Konstantfahrt auf ebener Strecke mit 100 km/h, 130 km/h und 180 km/h. Bei welcher Geschwindigkeit liegt das Verbrauchsminimum und wie hoch ist es?*

Lösung: Streckenbezogener Verbrauch bei Konstantfahrt auf ebener Strecke ($\dot{v} = \alpha = 0$):

$$C_x = \frac{\dot{C}}{v} = \frac{P}{\gamma w_{\mathrm{cal}} v} = \frac{1}{\gamma w_{\mathrm{cal}}} \left(\frac{P_0}{v} + \mu m g + \frac{1}{2} c_w \rho_L A v^2 \right)$$

Das Extremum (Minimum) des (streckenbezogenen!) Verbrauchs wird erreicht, wenn $\frac{\mathrm{d}C_x}{\mathrm{d}v} = 0$, also

$$\frac{\mathrm{d}C_x}{\mathrm{d}v} = \frac{-P_0}{v^2} + c_w \rho_L A v = 0 \quad \Rightarrow \quad v^* = \left(\frac{P_0}{c_w \rho_L A} \right)^{1/3} = \underline{\underline{54.2\,\mathrm{km/h}}}.$$

Der Minimumsverbrauch selbst ist gegeben durch

$$C_x(v^*) = \underline{\underline{5.2\,\mathrm{Liter}/(100\mathrm{km})}}.$$