

## Verkehrsdynamik und -simulation

### SS 2024, Lösungsvorschläge zu Übung Nr. 4

#### Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4.1: Ein einfaches Fundamentaldiagramm

(a) Fundamentaldiagramm:

$$Q(\rho) = \rho V(\rho) = \rho V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)$$

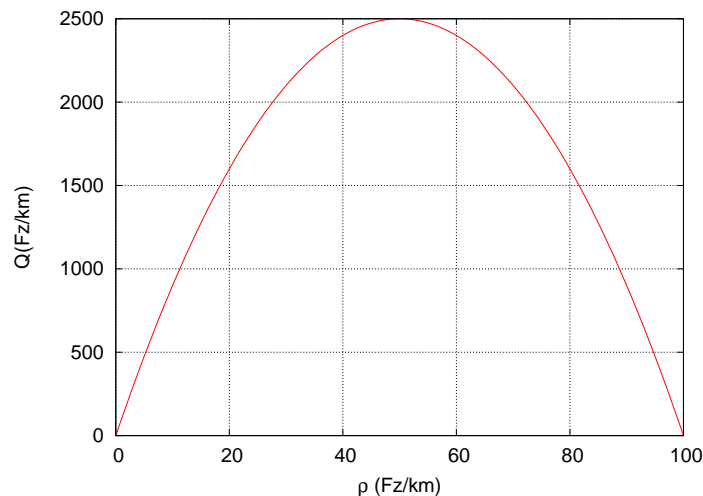
(b) Maximaler Fluss bei Dichte  $\rho_m$ , definiert durch

$$Q'(\rho_m) = V_0 - 2 \frac{V_0 \rho_m}{\rho_{\max}} = 0, \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\rho_m = \frac{1}{2} \rho_{\max}}}}$$

Damit der maximale Fluss (statische Kapazität):

$$Q_{\max} = Q(\rho_m) = \underline{\underline{\frac{\rho_{\max} V_0}{4}}}$$

(c) Fundamentaldiagramm für  $V_0 = 100$  km/h und  $\rho_{\max} = 100$ /km.



(d) Geschwindigkeits-Fluss-Diagramm: Ersetze in  $V(\rho) = V_0 (1 - \rho/\rho_{\max})$  mittels der hydrodynamischen Beziehung die Dichte  $\rho$  durch  $Q/V$ :

$$V = V_0 \left(1 - \frac{Q}{V \rho_{\max}}\right)$$

und nach Auflösen nach  $Q$ :

$$Q(V) = V \rho_{\max} \left(1 - \frac{V}{V_0}\right).$$

## Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4.2: Aus Detektordaten rekonstruiertes Fundamentaldiagramm

(a) Zahlenwerte aus den Diagrammen:

Die freie Geschwindigkeit wird aus dem linken Diagramm bei sehr kleinen Dichten abgelesen:

$$V_{A8}^{\text{frei}} = 125 \text{ km/h}, \quad V_{A9}^{\text{frei}} = 110 \text{ km/h}.$$

[In Holland wird scharf das Tempo durch Nummernschilderkennung kontrolliert. Deshalb fährt kaum einer über 110.]

Aus dem rechten Diagramm kann man direkt die maximale Dichte (rechter Achsabschnitt der  $x$ -Achse) sowie die Kapazität (Maximaler  $y$ -Wert des Dreiecks bzw. Schnitt der Staugeraden mit der jeweiligen Geraden freien Verkehrs) abgelesen:

$$\begin{aligned} \rho_{A8}^{\text{max}} &= 80 \text{ Fz/km}, & \rho_{A9}^{\text{max}} &= 110 \text{ Fz/km}, \\ K_{A8} &= 1\,700 \text{ Fz/h}, & K_{A9} &= 2\,400 \text{ Fz/h}. \end{aligned}$$

Der *Capacity Drop* ist gleich dem Unterschied der Flusswerte zwischen den (dynamischen) Kapazitäten  $K$  und den obersten Fluss-Dichte Punkten ohne Ausreißerpunkte, also (die Ablesung ist ungenau und etwas willkürlich)

$$\begin{aligned} \Delta Q_{A9} &= 2\,600 \text{ Fz/h} - 2\,400 \text{ Fz/h} = 200 \text{ Fz/h}, \\ \Delta Q_{A8} &= 1\,800 \text{ Fz/h} - 1\,700 \text{ Fz/h} = 100 \text{ Fz/h} \end{aligned}$$

Die Folgezeiten erhält man schließlich durch Auflösen der Kapazitätsformel,

$$K = Q_{\text{max}} = V_0 \rho_c = \frac{V_0}{V_0 T + l_{\text{eff}}} = \frac{V_0}{V_0 T + l / \rho_{\text{max}}}$$

nach  $T$ :

$$T = \frac{1 - \frac{l_{\text{eff}} K}{V_0}}{K} = \frac{1 - \frac{K}{V_0 \rho_{\text{max}}}}{K} \quad (1)$$

und damit

$$T_{A8} = \underline{\underline{1.92 \text{ s}}}, \quad T_{A9} = \underline{\underline{1.27 \text{ s}}}.$$

(b) Die normalerweise protokollierten arithmetischen Geschwindigkeits-Zeitmittel überschätzen den für die unverzerrte Dichteschätzung notwendigen Geschwindigkeits-Mittelwert längs der Trajektorien, zumindest im gebundenem Verkehrsbereich. Dies gilt insbesondere für die Extrapolation nach  $\rho_{\text{max}}$  (die nach (c) überhaupt nicht direkt messbar ist). Die Wunschgeschwindigkeit hingegen, die bei sehr schwachem Verkehr bestimmt wird, hat kaum/keine systematische Fehler. Selbiges gilt für die Kapazität, da die Fluss-Schätzung unverzerrt ist. Also wird

- die Dichte durch die Schätzung  $Q/V$  systematisch unterschätzt, speziell bei gebundenem Verkehr,

- die Folgezeitlücke  $T$  ebenfalls gemäß (1) systematisch unterschätzt (da  $\rho_{\max}$  im Nenner eines negativen Summanden steht).

Hat man mehrere Detektorquerschnitte, lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c = Q'_{\text{cong}}(\rho) = -1/(\rho_{\max}T)$ , die Kapazität als maximaler Fluss und die freie Geschwindigkeit in Zeiten niedrigerer Verkehrsdichte mit weniger Verzerrung bestimmen.<sup>1</sup> Damit lässt sich der gestaute Zweig des FD durch

$$Q_{\text{cong}}(\rho) = Q_{\max} + c(\rho - \rho_c) = Q_{\max} + c \left( \rho - \frac{Q_{\max}}{V_0} \right)$$

ausdrücken. es ist also eine angenähert unverzerrte Schätzung von  $\rho_{\max}$  (Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse) und  $T$  (durch die Steigung) möglich.

Mit vollständige Trajektoriendaten lässt sich  $\rho$  und  $\rho_{\max}$  direkt und unverzerrt bestimmen. Es ist also eine unverzerrte Schätzung von  $T$  und  $\rho_{\max}$  möglich.

- (c) Bei vollständigem Stillstand gibt es keine Überfahrten über stationäre Detektoren (SDDs), so dass es keine zu aggregierenden Einzeldaten gibt. Sieht man von der theoretisch möglichen direkten Messung der Bedeckung ab, *kann man mit SDDs nicht zwischen einer leeren Straße und stehendem Verkehr unterscheiden!* Damit ist die Messung natürlich unmöglich.

---

<sup>1</sup>In Zeiten geringer Dichte gibt es oft mehr LKW-Anteil und damit eine systematische Verzerrung von  $V_0$  nach unten, aber die ist vergleichsweise klein und geht außerdem kaum in die Staugerade=rechter Zweig des Fundamentaldiagramms ein.